

Funções e seus gráficos

1. Para os exercícios de  $a-f$ , encontre o domínio e imagem de cada função.

a)  $f(x) = \frac{1}{3} + x^2$

c)  $F(x) = \sqrt{5x + 10}$

e)  $f(t) = \frac{4}{3-t}$

b)  $f(x) = 1 - \sqrt{x}$

d)  $F(x) = \sqrt{x^2 + 5x}$

f)  $G(t) = \frac{2}{t^2 - 16}$

2. Expresse a área e o perímetro de um triângulo equilátero em função do comprimento  $x$  do triângulo.

3. Expresse o comprimento da aresta de um cubo em função do comprimento da diagonal  $d$ . Depois, expresse a área da superfície e o volume do cubo em função do comprimento da diagonal.

4. Encontre o domínio e faça o gráfico das funções nos exercícios abaixo:

a)  $f(x) = 5 - 2x$

c)  $g(x) = \sqrt{|x|}$

e)  $F(t) = \frac{t}{|t|}$

b)  $f(x) = \frac{1}{2} - x - \frac{1}{2}x^2$

d)  $g(x) = \sqrt{-x}$

f)  $G(t) = \frac{1}{|t|}$

5. encontre o domínio e a imagem de  $y = 2 + \frac{x^2}{x^2 + 4}$ .

6. Faça os gráficos das funções abaixo.

a)  $f(x) = \begin{cases} x & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \\ 2-x & \text{se } 1 < x \leq 2 \end{cases}$

c)  $F(x) = \begin{cases} 4-x^2 & \text{se } x \leq 1 \\ x^2+2x & \text{se } x > 1 \end{cases}$

b)  $g(x) = \begin{cases} 1-x & \text{se } 0 \leq x \leq 2 \\ 2-x & \text{se } 1 < x \leq 2 \end{cases}$

d)  $G(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{se } x < 0 \\ x & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$

7. Faça os gráficos das funções nos exercícios abaixo e explique, se houver, quais simetrias apresentam.

a)  $y = -3$

c)  $y = -\frac{1}{x}$

b)  $y = -\frac{1}{y^2}$

d)  $y = \frac{1}{|x|}$

8. Faça o gráfico das funções  $f(x) = 1/x$  e  $g(x) = 1 + 4/x$ , juntas para identificar os valores de  $x$  para os quais

$$\frac{3}{x-1} < \frac{2}{x+1}$$

e confirme algebricamente.

9. Para que uma curva seja simétrica em relação ao eixo  $x$ , o ponto  $(x, y)$  deverá estar na curva se, e somente se, o ponto  $(x, -y)$  também estiver na curva. Explique por que uma curva simétrica em relação ao eixo  $x$  não é o gráfico de um função a não ser que a função seja  $y = 0$ .

10. É preciso construir um cercado na forma de um triângulo isóceles com "pernas" de  $x$  pés de comprimento e hipotenusa de  $h$  pés de comprimento. Se o revestimento custa R\$5,00 pés para as pernas e R\$10,00 pés para a hipotenusa, represente o custo total  $C$  da manufatura em função de  $h$ .

### Funções trigonométricas

11. Esboce o gráfico.

a)  $f(x) = \text{sen}(2x)$

c)  $y = \text{sen}(\pi x)$

e)  $y = x^2 \text{sen}(1/x)$

b)  $2 \cos(x)$

d)  $g(x) = \frac{1}{x} \text{sen}(x)$

f)  $g(x) = x + \text{sen}(x)$

12. Sejam  $a$  e  $b$  reais quaisquer. Verifique que:

a)  $\text{sen}(a) \cos(b) = \frac{1}{2} [\text{sen}(a+b) + \text{sen}(a-b)]$

b)  $\cos(a) \cos(b) = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$

c)  $\text{sen}(a) \text{sen}(b) = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$

13. Determine o domínio e esboce o gráfico.

a)  $f(x) = \text{cotg}(x)$

b)  $g(x) = \text{cossec}(x)$

14. Utilize as fórmulas para adição para deduzir as identidades nos exercícios abaixo.

a)  $\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \text{sen}(x)$

c)  $\text{sen}\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos(x)$

b)  $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\text{sen}(x)$

d)  $\text{sen}\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos(x)$

15. Um triângulo possui lados com medidas  $a = 2$  e  $b = 3$  e ângulo  $c = 40^\circ$ . Determine o comprimento do lado  $c$ .

16. Lei dos senos: A lei dos senos diz que se  $a$ ,  $b$  e  $c$  são os lados opostos aos ângulos  $A$ ,  $B$  e  $C$  em um triângulo, então:

$$\frac{\text{sen } A}{a} = \frac{\text{sen } B}{b} = \frac{\text{sen } C}{c}.$$

Dado um triângulo com lados  $a = 2$  e  $b = 3$  e ângulo  $60^\circ$  como no exercício anterior, determine o seno do ângulo  $B$  utilizando a lei dos senos, onde  $ABC$  é um triângulo cujo segmento da base é  $BC$ .

17. Encontre o ângulo  $\theta$ , onde  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  para  $\text{sen } 2\theta - \cos \theta = 0$ .

### Funções logarítmica e exponencial

18. Esboce as curvas exponenciais transladadas.

a)  $y = 2^x - 1$  e  $y = 2^{-x} - 1$

c)  $y = 1 - e^x$  e  $y = 1 - e^{-x}$

b)  $y = 3^x + 2$  e  $y = 3^{-x} + 2$

d)  $y = -1 - e^{-x}$  e  $y = -1 - e^x$

19. Determine o domínio para cada uma das funções abaixo.

a)  $f(x) = \frac{1}{2 + e^x}$

c)  $f(x) = \frac{3}{1 - e^{2x}}$

e)  $f(x) = \frac{1+x}{e^{\cos x}}$

b)  $g(t) = \cos(e^{-t})$

d)  $f(x) = \frac{1 - e^{x^2}}{1 - e^{1-x^2}}$

f)  $g(t) = \sqrt{1 - 2t}$

20. Faça o gráfico das funções abaixo.

a)  $y = e^{|x|}$

b)  $y = e^{-|x|}$

c)  $y = e^{x-3}$

21. Expresse os seguintes logaritmos em função de  $\ln 2$  e  $\ln 3$ .

a)  $\ln(0,75)$

c)  $\ln(1/2)$

e)  $\ln(3\sqrt{2})$

b)  $\ln(4/9)$

d)  $\ln(\sqrt[3]{9})$

f)  $\ln(\sqrt{13,5})$

22. Use propriedades dos logaritmos para simplificar as expressões.

a)  $\ln \operatorname{sen}(\theta) - \ln\left(\frac{\operatorname{sen} \theta}{5}\right)$

c)  $\ln \sec(\theta) + \ln \cos(\theta)$

b)  $\ln(3x^2 - 9x) + \ln\left(\frac{1}{3x}\right)$

d)  $\ln(8x + 4) - 2 \ln 2$

23. Resolva em  $k$ .

a)  $e^{2k} = 4$

c)  $e^{\frac{k}{1000}} = a$

e)  $80e^k = 1$

b)  $100e^{10k} = 200$

d)  $e^{5k} = \frac{1}{4}$

f)  $e^{(\ln 0,8)k} = 0,8$

24. Resolva em  $t$ :

a)  $e^{\ln(0,2)t} = 0,4$

c)  $e^{kt} = \frac{1}{10}$

b)  $e^{-0,01t} = 1000$

d)  $e^{\ln(2)t} = \frac{1}{2}$

25. A equação  $x^2 = 2^x$  possui três soluções;  $x = 2$ ,  $x = 4$  e outra. Determine a terceira solução da forma mais precisa que puder por meio de um gráfico.

26. O número  $x^{\ln(2)}$  pode ser o mesmo que  $2^{\ln(x)}$ , para  $x > 0$ ? Faça o gráfico das duas funções e explique o por quê.

27. Demonstre que  $x^5 e^{-2 \log x} e = x^3$ .

28. Para quais  $x > 0$ ,  $(x^x)^x = x^{x^x}$ ?

29. Se  $\frac{\ln x}{x} = \frac{\ln 2}{2}$ , é necessário que  $x = 2$ ? Justifique sua resposta.

### Operações com funções

30. Verifique que  $Im f \subset D_g$  e determine a composta  $h(x) = g(f(x))$ .

a)  $g(x) = \sqrt{x}$  e  $f(x) = 2 + x^2$

c)  $g(x) = \frac{x+1}{x-2}$  e  $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$

b)  $g(x) = x+1$  e  $f(x) = \frac{2}{x-2}$

d)  $e^{5k} = \frac{1}{4}$

31. Determine  $f$  de modo que  $g(f(x)) = x$  para todo  $x \in D_f$ , sendo  $g$  dada por:

a)  $g(x) = \frac{1}{x}$

c)  $g(x) = \frac{x+2}{x+1}$

b)  $g(x) = 2 + \frac{3}{x+1}$

d)  $g(x) = x^2 - 4x + 3, x \geq 2$

### Referências bibliográficas

[G] L. H. GUIDORIZZI, **Um curso de cálculo**, v.1, LTC, 5 ed, 2001.

[S] J. STEWART, **Cálculo**, v.1, Cengage Learning, 7 ed, 2013.

[T] G. B. THOMAS, **Cálculo**, v.1, Pearson, 12 ed, 2006.