

### Comprimento de Arco

1. Use a fórmula do comprimento de arco para encontrar o comprimento da curva  $y = \sqrt{2 - x^2}$ ,  $0 \leq x \leq 1$ . Verifique sua resposta observando que a curva é parte de um círculo.

**Fórmula do comprimento de arco:** Se  $f'$  for contínua em  $[a, b]$ , então o comprimento da curva  $y = f(x)$ ,  $a \leq x \leq b$  é

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx.$$

2. Encontre o comprimento exato da curva.

a)  $y = 1 + 6x^{3/2}$ ,  $0 \leq x \leq 1$       c)  $x = \frac{1}{3}\sqrt{y}(y - 3)$ ,  $1 \leq y \leq 9$       e)  $y = \ln(1 - x^2)$ ,  $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$   
 b)  $y = \frac{x^5}{6} + \frac{1}{10x^3}$ ,  $1 \leq x \leq 2$       d)  $y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}\ln x$ ,  $1 \leq x \leq 2$       f)  $y = 1 - e^{-x}$ ,  $0 \leq x \leq 2$

3. a) Determine uma curva que passa pelo ponto  $(1, 1)$ , cuja integral do comprimento seja

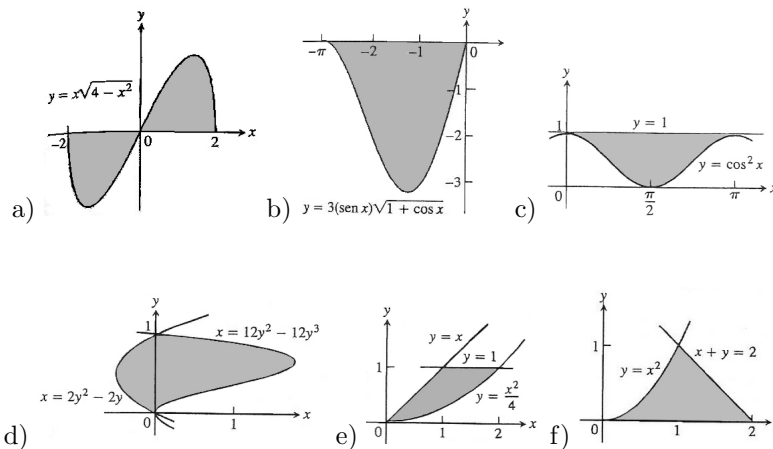
$$L = \int_1^4 \sqrt{1 + \frac{1}{4x}} dx.$$

- b) Quantas curvas desse tipo existem? Justifique sua resposta.

4. **Comprimento de um segmento de reta.** Use a fórmula de comprimento de arco para determinar o comprimento do segmento de reta  $y = 3 - 2x$ ,  $0 \leq x \leq 2$ . Verifique sua resposta determinando o comprimento do segmento como sendo a hipotenusa de um triângulo retângulo.
5. **Distância entre dois pontos.** Suponha que os dois pontos  $(x_1, y_1)$  e  $(x_2, y_2)$  situam-se no gráfico da reta  $y = mx + b$ . Use a fórmula de comprimento de arco para determinar a distância entre dois pontos.

### Área entre curvas

6. Determine as áreas totais das regiões sombreadas.



7. Determine as áreas das regiões compreendidas entre as retas e as curvas.

a)  $y = x^2 - 2$  e  $y = 2$

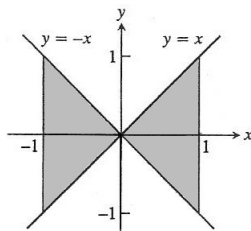
b)  $y = x^2 - 2x$  e  $y = x$

c)  $y = |x^2 - 4|$  e  $y = \frac{x^2}{2} + 4$

8. Quais das integrais a seguir, se houver alguma, serve para calcular a área da região sombreada mostrada aqui? Justifique sua resposta.

a)  $\int_{-1}^1 (x - (-x))dx = \int_{-1}^1 2x dx$

b)  $\int_{-1}^1 (-x - (x))dx = \int_{-1}^1 -2x dx$



**Volume de sólido obtido pela rotação, em torno do eixo x e do eixo y**

9. Calcule o volume do sólido obtido pela rotação, em torno do eixo x, do conjunto de todos os pares  $(x, y)$  tais que

a)  $1 \leq x \leq 3$  e  $0 \leq y \leq x$

c)  $0 \leq x \leq 1$  e  $\sqrt{x} \leq y \leq 3$

b)  $1 \leq x \leq 4$  e  $0 \leq y \leq \sqrt{x}$

d)  $1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$  e  $y \geq 0$

10. Calcule o sólido obtido pela rotação, em torno do eixo y, do conjunto de todos os  $(x, y)$  tais que

a)  $1 \leq x \leq e$  e  $0 \leq y \leq \ln x$

c)  $1 \leq x \leq 4$  e  $1 \leq y \leq \sqrt{x}$

b)  $1 \leq x \leq 2$  e  $0 \leq y \leq x^2 - 1$

d)  $0 \leq x \leq 2$ ,  $y \geq \sqrt{x-1}$  e  $0 \leq y \leq x^2$

11. Calcule o volume do sólido obtido pela rotação, em torno do eixo y, do conjunto de todos os  $(x, y)$  tais que

a)  $0 \leq x \leq 6$ ,  $0 \leq y \leq 2$  e  $v \geq \sqrt{x-2}$

c)  $y^2 \leq x \leq \sqrt{y}$

b)  $\sqrt{x} \leq y \leq -x + 6$ ,  $x \geq 0$

d)  $0 \leq x \leq 1$ ,  $x \leq y \leq x^2 + 1$

**Volume de um sólido qualquer**

12. Calcule o volume do sólido cuja base é o semicírculo  $x^2 + y^2 \leq r^2$ ,  $y \geq 0$ , e cujas secções perpendiculares ao eixo x são triângulos equiláteros.

13. Calcule o volume do sólido cuja base é a região  $4x^2 + y^2 \leq 1$  e cujas secções perpendiculares ao eixo x são semicírculos.

14. Calcule o volume do sólido cuja base é o quadrado de vértices  $(0, 0)$ ,  $(1, 1)$ ,  $(0, 1)$  e  $(1, 0)$  e cujas secções perpendiculares ao eixo x são triângulos isóceles de altura  $x - x^2$ .

### Área de superfície de revolução

15. Calcule a área da superfície gerada pela rotação, em torno do eixo  $x$ , do gráfico da função dada.

a)  $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, -1 \leq x \leq 1$

c)  $y = x^2, 0 \leq x < \frac{1}{2}$

b)  $f(x) = \sqrt{R^2 - x^2}, -R \leq x \leq R (R > 0)$

d)  $y = \sqrt{x}, 1 \leq x \leq 4$

16. Determine a área da superfície obtida pela rotação, em torno do eixo  $y$ , do gráfico  $y = \frac{x^2}{2}, 0 \leq x \leq 1$ .

### Referências bibliográficas

[G] L. H. GUIDORIZZI, **Um curso de cálculo**, v.1, LTC, 5 ed, 2001;

[J] J. STEWART, **Cálculo**, v.1, Cengage Learning, 7ed, 2013;

[T] G. B. THOMAS, **Cálculo**, v.1, Pearson, 12 ed, 2006.