

1^a Prova de MA111 — 15/06/2020

Turmas do Diurno

Orientações

1. Clicar no link "Determine as questões de sua prova" que se encontra anexado junto com o arquivo da prova e com o formulário "Entrega da Prova", colocar o RA numa caixinha e clicar num botão logo abaixo. A direita irá aparecer as questões da prova que o aluno deverá resolver.
2. A prova terá início às 8 horas da manhã do dia 15-06-2020. O aluno terá duas horas para resolver a prova e mais 30 minutos para preparar um arquivo da resolução da prova e enviar através do formulário. "Entrega da Prova". Caso o professor não tenha anexado o formulário de entrega da prova (e somente neste caso), a prova poderá ser enviada diretamente pelo Classroom. Provas enviadas após às 10 horas e 30 minutos do dia 15-06-2020 não serão consideradas para correção
3. O aluno deverá escrever a resolução das questões atribuídas a ele em folhas de papel sulfite branca e enumerar cada uma das folhas. Deverá colocar seu nome, RA e sua assinatura em todas as folhas. Questão nova deve ser iniciada em folha nova, isto é, em nenhuma folha deve ter partes de mais do que uma questão.

Recomendações

1. As questões da prova deverão ser escritas preferentemente com caneta esferográfica azul. A prova pode ser escrita também com caneta de outra cor ou mesmo com grafite, mas a apresentação da prova depois de digitalizada deve estar suficientemente legível, caso contrário o professor não irá corrigir a mesma.
2. A prova deve ser digitalizada preferentemente em um único arquivo .pdf. Para tal o aluno deve ter um scanner à sua disposição logo que terminar de escrever a sua prova. Existem vários aplicativos para digitalizar documentos que podem ser instalados em celular, tais como, Tiny Scanner e CamScanner.

Questão A0. (4 pontos) Calcule, sem usar a regra de L' Hôpital, os limites abaixo ou prove que não existe. **Justifique** suas respostas.

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x}, \quad (b) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}, \quad (c) \lim_{x \rightarrow 2^-} \left(\frac{1}{x - 2} - \frac{3}{x^2 - 4} \right).$$

(d) Seja $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função tal que $-5(x + 2)^2 \leq g(x) - 3 \leq 5(x + 2)^2$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Usando o Teorema do Confronto, calcule o limite **(e justifique)**

$$\lim_{x \rightarrow -2} g(x).$$

Questão A1. (4 pontos) Calcule, sem usar a regra de L' Hôpital, os limites abaixo ou prove que não existe. **Justifique** suas respostas.

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 5x}, \quad (b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}, \quad (c) \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{(x-1)(x^2+x+2)}.$$

(d) Seja $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função tal que $-2(3-x)^4 \leq g(x) + 4 \leq 2(3-x)^4$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Usando o Teorema do Confronto, calcule o limite **(e justifique)**

$$\lim_{x \rightarrow 3} g(x).$$

Questão A2. (4 pontos) Calcule, sem usar a regra de L' Hôpital, os limites abaixo ou prove que não existe. **Justifique** suas respostas.

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x \cos x + \sin x \cos x}{\sin x \cos^2 x + 2x}, \quad (b) \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{\sqrt{2x-x^2}-1}, \quad (c) \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{6x^2+x-2}{2x^2+3x-2}.$$

(d) Seja $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função tal que $-x^4 \leq g(x) \leq x^4$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Usando o Teorema do Confronto, calcule o limite **(e justifique)**

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{g(x)}{x}.$$

Questão B0. (2 pontos) Calcule as derivadas das seguintes funções:

$$(a) f(x) = (\cos x + 1)(x^2 \operatorname{sen} x - 1), \quad (b) g(x) = \ln(\ln x + x^2 + 3),$$

$$(c) h(x) = \frac{2 \ln x + \operatorname{sen} x}{\operatorname{tg} x + x^2 + 2}.$$

Questão B1. (2 pontos) Calcule as derivadas das seguintes funções:

$$(a) f(x) = \sqrt[3]{2 \operatorname{sen} x + \ln x + x^2 + 1}, \quad (b) g(x) = (e^x + \ln x)(\cos x + \operatorname{tg} x),$$

$$(c) h(x) = \frac{e^{-x} - 2 \operatorname{tg} x}{x^4 + x^2 + 4}.$$

Questão B2. (2 pontos) Calcule as derivadas das seguintes funções:

$$(a) f(x) = (e^{-x} - 2 \operatorname{tg} x)(x^4 + x^2 + 4), \quad (b) g(x) = \frac{\ln x}{1 + \ln x},$$

$$(c) h(x) = \sqrt[4]{2 \cos x + x^4 + 2}.$$

Questão C0. (2 pontos) Mostre que os gráficos das funções $f(x) = x^2$ e $g(x) = e^{-x}$ se cruzam em algum ponto do intervalo $(0, 1)$. **Sugestão: Use o Teorema do Valor Intermediário.**

Questão C1. (2 pontos) Mostre que os gráficos das funções $f(x) = \ln x$ e $g(x) = 3 - 2x$ se cruzam em algum ponto do intervalo $(1, 2)$. **Sugestão: Use o Teorema do Valor Intermediário.**

Questão C2. (2 pontos) Mostre que os gráficos das funções $f(x) = x^3 + 3/2$ e $g(x) = \sqrt{x^4 + 3}$ se cruzam em algum ponto do intervalo $(-1, 1)$. **Sugestão: Use o Teorema do Valor Intermediário.**

Questão D0. (2 pontos) Encontre uma parábola $y = ax^2 + bx + c$ que passe pelo ponto $(x, y) = (2, 1)$ e cujas retas tangentes em $x = -1$ e $x = 3$ tenham inclinações 4 e -2 , respectivamente.

Questão D1. (2 pontos) Encontre uma parábola $y = ax^2 + bx + c$ que passe pelo ponto $(x, y) = (-1, 1)$ e cujas retas tangentes em $x = -1$ e $x = 2$ tenham inclinações 2 e -1 , respectivamente.

Questão D2. (2 pontos) Encontre uma parábola $y = ax^2 + bx + c$ que passe pelo ponto $(x, y) = (1, -1)$ e cujas retas tangentes em $x = 1$ e $x = -2$ tenham inclinações 2 e 1, respectivamente.