$1^{\underline{a}}$ Prova de MA111 — 15/06/2020
Turmas do Noturno

Orientações

1. Clicar no link "Determine as questões de sua prova" que se encontra anexado junto com o arquivo da prova e com o formulário "Entrega da Prova", colocar o RA numa caixinha e clicar num botão logo abaixo. A direita irá aparecer as questões da prova que o aluno deverá resolver.

2. A prova terá início às 19 horas do dia 15-06-2020. O aluno terá duas horas para resolve a prova e mais 30 minutos para preparar um arquivo da resolução da prova e enviar através do formulário "Entrega da Prova". Caso o professor não tenha anexado o formulário de entrega da prova (e somente neste caso), a prova poderá ser enviada diretamente pelo Classroom. Provas enviadas após às 21 horas e 30 minutos do dia 15-06-2020 não serão consideradas para correção

3. O aluno deverá escrever a resolução das questões atribuídas a ele em folhas de papel sulfite branca e enumerar cada uma das folhas. Deverá colocar seu nome, RA e sua assinatura em todas as folhas. Questão nova deve ser iniciada em folha nova, isto é, em nenhuma folha deve ter partes de mais do que uma questão.

Recomendações

1. As questões da prova deverão ser escritas de preferência com caneta esferográfica azul. A prova pode ser escrita também com caneta de outra cor ou mesmo com grafite, mas a apresentação da prova depois de digitalizada deve estar suficientemente legível, caso contrário o professor não irá corrigir a mesma.

2. A prova deve ser digitalizada de preferência em um único arquivo .pdf. Para tal o aluno deve ter um scanner à sua disposição logo que terminar de escrever a sua prova. Existem vários aplicativos para digitalizar documentos que podem ser instalados em celular, tais como, Tiny Scanner, CamScanner e Tap Scanner.

Questão A0. (4 pontos) Calcule, sem usar a regra de L' Hôspital, os limites abaixo ou prove que não existe. **Justifique** suas respostas.

$$(\mathbf{a})\ \lim_{x\to\pi^+}\frac{\operatorname{sen}x}{x-\pi}\quad (\mathbf{b})\ \lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+6}-3}{x-3},\quad (\mathbf{c})\ \lim_{x\to\infty}\left[\log(x+1)-\log(x-1)\right].$$

(d) Usando o Teorema do Confronto, calcule o limite (**e justifique**)

$$\lim_{x\to 0^+} x^3\operatorname{sen}\left(\frac{1}{x^8}\right).$$

Questão A1. (4 pontos) Calcule, sem usar a regra de L' Hôspital, os limites abaixo ou prove que não existe. **Justifique** suas respostas.

$$(\mathbf{a})\ \lim_{x\to 0}\frac{(\operatorname{sen}(5x))^3}{x^3}\quad (\mathbf{b})\ \lim_{x\to -3}\sqrt{\frac{x^2-9}{2x^2+7x+3}},\quad (\mathbf{c})\ \lim_{x\to -\infty}\frac{3x+4}{\sqrt{2x^2-5}}.$$

(d) Usando o Teorema do Confronto, calcule o limite (**e justifique**)

$$\lim_{x\to 0} x^2\cos\left(\frac{1}{x^9}\right).$$

Questão A2. (4 pontos) Calcule, sem usar a regra de L' Hôspital, os limites abaixo ou prove que não existe. **Justifique** suas respostas.

$$(\mathbf{a})\ \lim_{x\to +\infty} x\operatorname{tg}\left(\frac{2}{x}\right),\quad (\mathbf{b})\ \lim_{x\to 1}\frac{x^2+2x-3}{x^2-4x+3},\quad (\mathbf{c})\ \lim_{x\to\infty}\frac{8x^3-2x+1}{5x^3+3x^2-7}.$$

(d) Considere a função $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $g(x)=1$ se $x\in\mathbb{Q}$ e $g(x)=-1$ se $x\notin\mathbb{Q}$. Usando o Teorema do Confronto, calcule o limite (**e justifique**)

$$\lim_{x\to 0} x^2 g(x).$$

Questão B0. (2 pontos) Calcule as derivadas das seguintes funções:

$$(\mathbf{a})\ f(x) = \left(\sqrt[4]{x} - \operatorname{tg} x\right)\left(x^3 + 4x^2\right), \quad (\mathbf{b})\ g(x) = \ln\left(\operatorname{sen}^2 x + 2x^2 + 1\right),$$

$$(\mathbf{c})\ h(x) = \frac{e^{-x} + \ln x}{\operatorname{sen} x + x^2 + 1}.$$

Questão B1. (2 pontos) Calcule as derivadas das seguintes funções:

$$(\mathbf{a})\ f(x) = \frac{x + \operatorname{sen} x}{x^3 - e^x}, \quad (\mathbf{b})\ g(x) = \cos\left(\ln\left(x^2 + 1\right)\right),$$

$$(\mathbf{c})\ h(x) = \left(2\operatorname{sen} x - 3\cos x\right)^3.$$

Questão B2. (2 pontos) Calcule as derivadas das seguintes funções:

$$(\mathbf{a})\ f(x) = \cos\left(3x^5 + 1\right), \quad (\mathbf{b})\ g(x) = \ln\left(e^{-x} + xe^{-x}\right),$$

$$(\mathbf{c})\ h(x) = \frac{\operatorname{tg} x}{\cos x - 4x}.$$

Questão C0. (2 pontos) Demonstre que a equação $3\,\mathrm{sen}\,(2x) = 1 - x$ tem pelo menos uma raiz real. **Sugestão: Use o Teorema do Valor Intermediário**.

Questão C1. (2 pontos) Demonstre que a equação $\mathrm{tg}\,x = 2 - 4x$ tem pelo menos uma raiz no intervalo $(-\pi/2, \pi/2)$. **Sugestão: Use o Teorema do Valor Intermediário**.

Questão C2. (2 pontos) Demonstre que a equação $\cos(2x) = 4x - 1$ tem pelo menos uma raiz real. **Sugestão: Use o Teorema do Valor Intermediário**.

Questão D0. (2 pontos) Determine a equação da reta tangente à curva $x^2 + 2xy - 4y^2 = 4$ no ponto $(2, 1)$.

Questão D1. (2 pontos) Determine a equação da reta tangente à curva $x^2 - xy - y^2 = 1$ no ponto $(2, 1)$.

Questão D2. (2 pontos) Determine a equação da reta tangente à curva $x^2 + xy + y^2 - 3y = 10$ no ponto $(2, 3)$.