Prova 2

MA311 - Matutino — Cálculo III

1º. Semestre de 2020

Instruções

ATENÇÃO: ANTES de iniciar a resolução das questões, determine quais lhe correspondem!

- **Para determinar quais questões devem ser resolvidas por você**, utilize a planilha *Google Sheet* anexa a esta Prova na plataforma *Google Classroom*. Nela, **insira seu RA** no campo em **amarelo**, aperte Enter e observe as questões indicadas.
- **NÃO altere quaisquer outras células da planilha.**
- Para cada questão **A, B, C, D**, existem **quatro** possibilidades **0, 1, 2, 3**.

  Anote quais lhe correspondem de acordo com a planilha.
- Para o caso (improvável) de você acidentalmente apagar a sua cópia da planilha sem ter anotado as questões, o *Google Classroom* lhe apresenta a opção de "fazer uma cópia" novamente.
- **É SUA responsabilidade assegurar-se de que você resolverá as questões designadas a você.**
- **Caso você resolva questões diferentes das que lhe forem designadas, elas nem sequer serão corrigidas.**

1. Para esta Prova, estima-se que `1h40` são suficientes para se realizar a solução das questões e redigir as resoluções.
2. Você terá ainda `20` **minutos adicionais** que devem ser alocados para você poder calmamente escanear e submeter suas Resoluções via *Google Classroom* da forma como foi submetida a Prova 1.
3. Submissões feitas após o término do horário regulamentar (10:00hs) serão consideradas **atrasadas** mas ainda assim serão corrigidas **se esse atraso não for maior que 30 minutos**.
4. Submissões feitas após as 10:30hs ou que forem enviadas fora do *Google Classroom* não serão corrigidas e automaticamente receberão nota zero! Sem exceção.
5. **O valor de todas as questões é o mesmo!**
6. **Por se tratar de avaliação de conhecimentos adquiridos por cada aluno, a resolução desta Prova deve ser um trabalho individual sem consulta direta or indireta a outras pessoas.**
   Qualquer tentativa de cola ou fraude acarretará nota zero nesta Prova para todos os implicados, além das sanções previstas no Regimento Geral da UNICAMP (em particular, o Art. 227, inciso VII, e os Art. 228 a 231).
7. **Justifique detalhadamente todas as respostas. Indique as propriedades que estão sendo utilizadas em cada passo, e mostre suas contas de forma organizada.**
8. As submissões devem seguir **estritamente** o seguinte formato:
   (a) As resoluções devem ser **manuscritas**, sem rasuras, escaneadas, **formando um único documento PDF**.
   (b) No topo da primeira página das suas resoluções, coloque seu nome e RA de forma bem legível e, em seguida, a sua assinatura conforme esta conste em seu RG ou CNH.
   (c) Inicie a resolução de CADA questão no **topo de uma nova página** indicando claramente o número da questão.
   (d) É sua responsabilidade garantir que o arquivo escaneado seja legível. Para isso, recomenda-se o uso de um aplicativo para celular (`Android` ou `iOS`) como `Adobe Scan` (ou `CamScanner` ou `Office Lens` ou similar) para escanear as páginas manuscritas e, em seguida, fazer os devidos ajustes de contraste. Esses Apps facilitam a inclusão de múltiplas páginas em um único PDF.
   (e) Submissões constituídas meramente de arquivos de fotos (`jpg`, `png`, etc.), serão desconsideradas e receberão nota zero.

QUESTÃO A

A.0. Encontre o intervalo de convergência da série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\ 5^n}(x-3)^n$. Não esqueça de testar os extremos do intervalo, se for o caso.

A.1. Encontre o intervalo de convergência da série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n}(x-1)^n$. Não esqueça de testar os extremos do intervalo, se for o caso.

A.2. Encontre o intervalo de convergência da série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+7)}(x-2)^n$. Não esqueça de testar os extremos do intervalo, se for o caso.

A.3. Encontre o intervalo de convergência da série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\ 3^n}(x+2)^n$. Não esqueça de testar os extremos do intervalo, se for o caso.

QUESTÃO B

B.0. Considere o sistema linear não homogêneo abaixo

$$X' = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 0 \\ e^{2t} \end{bmatrix}.$$

(a) Usando o método de autovalores e autovetores, encontre a solução complementar, $X_c(t) = \Phi(t)C$, do sistema linear indicando claramente quem é a matriz fundamental $\Phi(t)$ e quem é o vetor C. (Não é necessário realizar a multiplicação $\Phi(t) \cdot C$).

(b) Utilizando o método de variação de parâmetros, encontre a solução particular, $X_p(t) = \Phi(t)U(t)$, do sistema linear não-homogêneo indicando claramente quem é o vetor $U(t)$ e como é obtido. (Não é necessário realizar a multiplicação $\Phi(t) \cdot U(t)$).

B.1. Considere o sistema linear não homogêneo abaixo

$$X' = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 0 \\ e^{4t} \end{bmatrix}.$$

(a) Usando o método de autovalores e autovetores, encontre a solução complementar, $X_c(t) = \Phi(t)C$, do sistema linear indicando claramente quem é a matriz fundamental $\Phi(t)$ e quem é o vetor C. (Não é necessário realizar a multiplicação $\Phi(t) \cdot C$).

(b) Utilizando o método de variação de parâmetros, encontre a solução particular, $X_p(t) = \Phi(t)U(t)$, do sistema linear não-homogêneo indicando claramente quem é o vetor $U(t)$ e como é obtido. (Não é necessário realizar a multiplicação $\Phi(t) \cdot U(t)$).

B.2. Considere o sistema linear não homogêneo abaixo

$$X' = \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} e^{3t} \\ 0 \end{bmatrix}.$$

(a) Usando o método de autovalores e autovetores, encontre a solução complementar, $X_c(t) = \Phi(t)C$, do sistema linear indicando claramente quem é a matriz fundamental $\Phi(t)$ e quem é o vetor C. (Não é necessário realizar a multiplicação $\Phi(t) \cdot C$).

(b) Utilizando o método de variação de parâmetros, encontre a solução particular, $X_p(t) = \Phi(t)U(t)$, do sistema linear não-homogêneo indicando claramente quem é o vetor $U(t)$ e como é obtido. (Não é necessário realizar a multiplicação $\Phi(t) \cdot U(t)$).

B.3. Considere o sistema linear não homogêneo abaixo

$$X' = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} e^{t} \\ 0 \end{bmatrix}.$$

(a) Usando o método de autovalores e autovetores, encontre a solução complementar, $X_c(t) = \Phi(t)C$, do sistema linear indicando claramente quem é a matriz fundamental $\Phi(t)$ e quem é o vetor C. (Não é necessário realizar a multiplicação $\Phi(t) \cdot C$).

(b) Utilizando o método de variação de parâmetros, encontre a solução particular, $X_p(t) = \Phi(t)U(t)$, do sistema linear não-homogêneo indicando claramente quem é o vetor $U(t)$ e como é obtido. (Não é necessário realizar a multiplicação $\Phi(t) \cdot U(t)$).

QUESTÃO C

C.0. Considere o seguinte problema de valor inicial:

$$3y'' + 2xy' + (4 - x^2)y = 0, \qquad y(0) = -2, \qquad y'(0) = 3$$

- Mostre que $x_0 = 0$ é um ponto ordinário.
- Obtenha os 7 primeiros termos não nulos da solução em série em torno do ponto $x_0 = 0$.

C.1. Considere o seguinte problema de valor inicial:

$$y'' + 4xy' + (4x^2 + 2)y = 0, \qquad y(0) = 1, \qquad y'(0) = 1$$

- Mostre que $x_0 = 0$ é um ponto ordinário.
- Obtenha os 8 primeiros termos não nulos da solução em série em torno do ponto $x_0 = 0$.

C.2. Considere o seguinte problema de valor inicial:

$$(1 - 2x^3)y'' + 6x^2y' + 24xy = 0, \qquad y(0) = 1, \qquad y'(0) = 1$$

- Mostre que $x_0 = 0$ é um ponto ordinário.
- Obtenha os 7 primeiros termos não nulos da solução em série em torno do ponto $x_0 = 0$.

C.3. Considere o seguinte problema de valor inicial:

$$y'' + x^6y' + 7x^5y = 0, \qquad y(0) = 2, \qquad y'(0) = 3$$

- Mostre que $x_0 = 0$ é um ponto ordinário.
- Obtenha os 6 primeiros termos não nulos da solução em série em torno do ponto $x_0 = 0$.

QUESTÃO D

D.0. Seja

$$f(x) = \begin{cases} 0 & 0 < x < 1 \\ 3 & 1 < x < 2 \\ 6 & 2 < x < 3 \end{cases}$$

(a) Esboce o gráfico da extensão **ímpar** e periódica de período 6 de $f(x)$. Defina a função nos pontos de descontinuidade de forma que sua série de Fourier convirja para esse valor.

(b) Calcule a série de Fourier da extensão **ímpar** de $f(x)$ determinada no ítem (a).

D.1. Seja

$$f(x) = \begin{cases} 0 & 0 < x < 1 \\ 3 & 1 < x < 2 \\ 6 & 2 < x < 3 \end{cases}$$

(a) Esboce o gráfico da extensão **par** e periódica de período 6 de $f(x)$. Defina a função nos pontos de descontinuidade de forma que sua série de Fourier convirja para esse valor.

(b) Calcule a série de Fourier da extensão **par** de $f(x)$ determinada no ítem (a).

D.2. Seja

$$f(x) = \begin{cases} 0 & 0 < x < 2 \\ 5 & 2 < x < 4 \\ 3 & 4 < x < 6 \end{cases}$$

(a) Esboce o gráfico da extensão **ímpar** e periódica de período 12 de $f(x)$. Defina a função nos pontos de descontinuidade de forma que sua série de Fourier convirja para esse valor.

(b) Calcule a série de Fourier da extensão **ímpar** de $f(x)$ determinada no ítem (a).

D.3. Seja

$$f(x) = \begin{cases} 0 & 0 < x < 2 \\ 5 & 2 < x < 4 \\ 3 & 4 < x < 6 \end{cases}$$

(a) Esboce o gráfico da extensão **par** e periódica de período 12 de $f(x)$. Defina a função nos pontos de descontinuidade de forma que sua série de Fourier convirja para esse valor.

(b) Calcule a série de Fourier da extensão **par** de $f(x)$ determinada no ítem (a).
