

LISTA DE EXERCÍCIOS- REVISÃO DE INTEGRAIS

Esta lista é uma revisão das técnicas de integração. Tais técnicas serão necessárias para a resolução dos problemas durante o curso de Cálculo III.

Todos os exercícios são dos Capítulos 5 e 7 do J. Stewart, *Cálculo*, Volume 1, 5ª Edição.

Seção 5.5- Regra da Substituição, pág. 412: 7, 11, 19, 21, 31, 53 e 59.

Calcule a integral indefinida:

7- $\int 2x(x^2 + 3)^2 dx$

11- $\int \frac{1 + 4x}{\sqrt{1 + x + 2x^2}} dx$

19- $\int \sin(\pi t) dt$

21- $\int \frac{(\ln x)^2}{x} dx$

31- $\int \frac{1}{x \ln x} dx$

Respostas: 7. $f(x) = \frac{1}{5}(x^2 + 3)^5 + C$, 11. $f(x) = 2\sqrt{1 + x + 2x^2} + C$, 19. $f(x) = -\frac{1}{\pi} \cos \pi t + C$,
21. $f(x) = \frac{1}{3}(\ln x)^3 + C$, 31. $f(x) = \ln |\ln x| + C$.

Calcule a integral definida, se ela existir:

53- $\int_0^{\pi} \sec^2(t/4) dt$

59- $\int_0^{\pi/3} \frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta} d\theta$

Respostas: 53. 4; 59. 1.

Seção 7.1- Integração por Partes, pág. 476: 5, 9, 13, 27, 33 e 35.

Avalie a Integral:

5- $\int r e^{\frac{r}{2}} dr$

$$9- \int \ln(2x + 1) dx$$

$$13- \int (\ln x)^2 dx$$

$$27- \int \cos x \ln(\sin x) dx$$

Respostas: 5. $f(r) = 2(r - 2)e^{\frac{r}{2}} + C$, 9. $f(x) = \frac{1}{2}(2x + 1) \ln(2x + 1) - x + C$,
13. $f(x) = x(\ln x)^2 - 2x \ln x + 2x + C$, 27. $f(x) = \sin x(\ln(\sin x) - 1) + C$.

Primeiro faça uma substituição e então use a integração por partes para avaliar a integral.

$$33- \int \sqrt{x} dx$$

$$35- \int_{\sqrt{\frac{\pi}{2}}}^{\sqrt{\pi}} \theta^3 \cos(\theta^2) d\theta$$

Respostas: 33. $f(x) = 2(\sin \sqrt{x} - \sqrt{x} \cos \sqrt{x}) + C$, 35. $-\frac{1}{2} - \frac{\pi}{4}$.

Seção 7.2- Integrais Trigonômétricas, pág. 484: 3, 7, 9, 15, 17, 19, 23, 41 e 43.

$$3- \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}} \sin^5 x \cos^3 x dx$$

$$7- \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \theta d\theta$$

$$9- \int_0^{\pi} \sin^4(3t) dt$$

$$15- \int \sin^3 x \sqrt{\cos x} dx$$

$$17- \int \cos^2 x \tan^3 x dx$$

$$19- \int \frac{1 - \sin x}{\cos x} dx$$

$$23- \int \tan^2 x dx$$

$$41- \int \sin 5x \sin 2x dx$$

$$43- \int \cos 7\theta \cos 5\theta d\theta$$

Respostas: 3. $f(x) = -\frac{11}{384}$, 7. $f(x) = \frac{\pi}{4}$, 9. $f(x) = \frac{\pi}{4}$, 15. $f(x) = \left(\frac{2}{7} \cos^3 x - \frac{2}{3} \cos x\right) \sqrt{\cos x} + C$,
 17. $f(x) = \frac{1}{2} \cos^2 x - \ln |\cos x| + C$, 19. $f(x) = \ln(1 + \sin x) + C$, 23. $f(x) = \tan x - x + C$,
 41. $f(x) = \frac{1}{6} \sin 3x - \frac{1}{14} \sin 7x + C$, 43. $f(x) = \frac{1}{4} \sin 2\theta + \frac{1}{24} \sin 12\theta + C$.

Seção 7.3- Substituição Trigonométrica, pág. 490: 5, 7, 9, 17, 19, 23 e 27.

Avalie a Integral:

5- $\int_{\sqrt{2}}^2 \frac{1}{t^3 \sqrt{t^2 - 1}} dt$

7- $\int \frac{1}{x^2 \sqrt{25 - x^2}} dx$

9- $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 16}} dx$

17- $\int \frac{x}{\sqrt{x^2 - 7}} dx$

19- $\int \frac{\sqrt{1 + x^2}}{x} dx$

23- $\int \sqrt{5 + 4x - x^2} dx$

27- $\int \frac{1}{(x^2 + 2x + 2)^2} dx$

Respostas: 5. $f(x) = \frac{\pi}{24} + \sqrt{\frac{3}{8}} - \frac{1}{4}$, 7. $f(x) = -\frac{\sqrt{25 - x^2}}{25x} + C$, 9. $f(x) = \ln(\sqrt{x^2 + 16} + x) + C$,

17. $f(x) = \sqrt{x^2 - 7} + C$, 19. $f(x) = \ln \left| \frac{(\sqrt{1 + x^2} - 1)}{x} \right| + \sqrt{1 + x^2} + C$,

23. $f(x) = \frac{9}{2} \sin^{-1} \left(\frac{x - 2}{3} \right) + \frac{1}{2} (x - 2) \sqrt{5 + 4x - x^2} + C$, 27. $f(x) = \frac{1}{2} \left[\frac{\tan^{-1}(x + 1) + (x + 1)}{(x^2 + 2x + 2)} \right] + C$.

Seção 7.4- Frações Parciais, pág. 500: 7, 8, 9, 15, 21, 22, 23, 25, 27, 38, 39 e 43.

Avalie a Integral:

7- $\int \frac{x}{x - 6} dx$

8- $\int \frac{r^2}{r + 4} dr$

9- $\int \frac{x - 9}{(x + 5)(x - 2)} dx$

$$15- \int_0^1 \frac{2x+3}{(x+1)^2} dx$$

$$21- \int \frac{5x^2+3x-2}{x^3+2x^2} dx$$

$$22- \int \frac{1}{s^2(s-1)^2} ds$$

$$23- \int \frac{x^2}{(x+1)^3} dx$$

$$25- \int \frac{10}{(x-1)(x^2+9)} dx$$

$$27- \int \frac{x^3+x^2+2x+1}{(x^2+1)(x^2+2)} dx$$

$$38- \int \frac{x^4+1}{x(x^2+1)^2} dx$$

Respostas: 7. $x + 6 \ln|x-6| + C$, 8. $\frac{r^2}{2} - 4r + 16 \ln|r+4| + C$, 9. $2 \ln|x+5| - \ln|x-2| + C$,
 15. $2 \ln 2 + \frac{1}{2}$, 21. $2 \ln|x| + 3 \ln|x+2| + \frac{1}{x} + C$, 22. $2 \ln|s| - 2 \ln|s-1| - \frac{1}{s} - \frac{1}{(s-1)} + C$,
 23. $\ln|x+1| + \frac{2}{x+1} - \frac{1}{[2(x+1)^2]} + C$, 25. $\ln|x-1| - \frac{1}{2} \ln(x^2+9) - \frac{1}{3} \tan^{-1}\left(\frac{x}{3}\right) + C$,
 27. $\frac{1}{2} \ln(x^2+1) + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \tan^{-1}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) + C$, 38. $\ln|x| + \frac{1}{(x^2+1)} + C$.

Faça a substituição para expressar o integrando como uma função racional e então avalie a integral:

$$39- \int \frac{1}{x\sqrt{x+1}} dx$$

$$43- \int \frac{x^3}{\sqrt[3]{x^2+1}} dx$$

Respostas: 39. $\ln \left| \frac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt{x+1}+1} \right| + C$, 43. $\frac{3}{10}(x^2+1)^{\frac{5}{3}} - \frac{3}{4}(x^2+1)^{\frac{2}{3}} + C$.

Seção de Revisão- Exercícios, pág. 536: 1, 7, 9, 13, 15, 21, 29, 31 e 37.

Avalie a Integral:

$$1- \int_5^0 \frac{x}{x+10} dx$$

$$7- \int \frac{\sin(\ln t)}{t} dt$$

$$9- \int_1^4 x^{\frac{3}{2}} \ln x \, dx$$

$$13- \int \frac{dx}{x^3 + x} \, dx$$

$$15- \int \sin^2 \theta \cos^5 \theta \, d\theta$$

$$21- \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 4x}} \, dx$$

$$29- \int_{-1}^1 x^5 \sec x \, dx$$

$$31- \int_0^{\ln 10} \frac{e^x \sqrt{e^x - 1}}{e^x + 8} \, dx$$

$$37- \int (\cos x + \sin x)^2 \cos 2x \, dx$$

Respostas: 1. $5 + 10 \ln \frac{2}{3}$, 7. $-\cos(\ln t) + C$, 9. $\frac{64}{5} \ln 4 - \frac{124}{25}$, 13. $\ln |x| - \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + C$,
 15. $\frac{1}{3} \sin^3 \theta - \frac{2}{5} \sin^5 \theta + \frac{1}{7} \sin^7 \theta + C$, 21. $\ln |x - 2 + \sqrt{x^2 - 4x}| + C$, 29. 0, 31. $6 - \frac{3\pi}{2}$,
 37. $\frac{1}{2} \sin 2x - \frac{1}{8} \cos 4x + C$.