

MA141 - Geometria Analítica

6ª Lista de Exercícios – Retas e Planos.

2º Semestre de 2023

1. Determine a equação da reta:

- (a) que passa pelo ponto $Q = (1, 2, 1)$ e é perpendicular ao plano $x - y + 2z - 1 = 0$;
- (b) que passa pelo ponto $Q = (1, 0, 1)$ e é paralela aos planos $2x + 3y + z + 1 = 0$ e $x - y + z = 0$;
- (c) que intercepta perpendicularmente as retas

$$r_1 : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 3t \\ z = 4t \end{cases}, t \in \mathbb{R} \quad \text{e} \quad r_2 : x + 1 = \frac{y - 1}{2} = \frac{z + 2}{3};$$

- (d) que passa pelo ponto $Q = (1, -2, 3)$ e forma ângulos de 45° e 60° com os eixos (Ox) e (Oy) , respectivamente.

2. Determine a equação do plano:

- (a) que é paralelo ao plano $2x - y + 5z - 3 = 0$ e passa por $P = (1, -2, 1)$;
- (b) que é perpendicular aos planos $x + 2y - 3z + 2 = 0$ e $2x - y + 4z - 1 = 0$ e passa pelo ponto $P = (2, 1, 0)$.

3. Sejam r_1 e r_2 retas passando por $A = (0, 1, 0)$ e $B = (1, 1, 0)$ e por $C = (-3, 1, -4)$ e $D = (-1, 2, -7)$, respectivamente. Mostre que r_1 e r_2 são reversas e obtenha uma equação da reta s , concorrente com r_1 e r_2 e paralela ao vetor $v = (1, -5, -1)$.

4. Considerando o plano $\pi : 2x + 2y - z = 0$, responda aos itens abaixo:

- (a) Determine as retas $r = \pi \cap (Oyz)$; $s = \pi \cap (Oxz)$; e $t = \pi \cap \{z = 2\}$. Desenhe um esboço do plano π , mostrando as retas r , s e t .
- (b) Determine o volume do tetraedro determinado pelo plano π , os planos coordenados xz e yz e o plano $z = 2$.
- (c) Determine a área da face do tetraedro contida no plano π .
- (d) Determine a altura do tetraedro relativa a face contida no plano π .

5. Encontre o ângulo entre o plano $\pi : 2x - y + z = 0$ e o plano σ que passa pelo ponto $P = (1, 2, 3)$ e é perpendicular ao vetor $\vec{v} = \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$.

6. Mostre que a distância de um ponto $P_0 = (x_0, y_0, z_0)$ a um plano $\pi : ax + by + cz + d = 0$ é

$$\text{Dist}(P_0, \pi) = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$

7. Mostre que a distância entre dois planos paralelos $\pi_1 : ax + by + cz + d_1 = 0$ e $\pi_2 : ax + by + cz + d_2 = 0$ é

$$\text{Dist}(\pi_1, \pi_2) = \frac{|d_2 - d_1|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

8. Determine as equações da reta $r = \pi_1 \cap \pi_2$, com $\pi_1 : x - 2y + 2z = 0$ e $\pi_2 : 3x - 5y + 7z = 0$. Qual é a posição relativa da reta r e do plano $y + z = 0$?

9. Sejam $r_1 : (x, y, z) = (1, 0, 2) + t(2, 1, 3)$ e $r_2 : (x, y, z) = (0, 1, -1) + t(1, m, 2m)$ duas retas.

- (a) Determine m para que as retas sejam coplanares.
- (b) Para o valor de m encontrado, determine a posição relativa entre r_1 e r_2 .
- (c) Determine a equação do plano definido por r_1 e r_2 .

10. Determine a posição relativa dos planos: $\pi_1 : 2x - y + 3z = -2$, $\pi_2 : 3x + y + 2z = 4$ e $\pi_3 : 4x - 2y + 6z = 3$.