

MA141 - Geometria Analítica

9ª Lista de Exercícios – Quádricas; Superfícies cilíndricas, superfícies cônicas e de revolução

2º Semestre de 2023

1. Para cada equação a seguir:

- Reduza a equação de forma a identificar seu tipo de superfície quádrlica;
- estude suas interseções com planos de coordenada constante;
- faça um esboço em da superfície em \mathbb{R}^3 .

(a) $4x^2 - 2y^2 + z^2 = 1$.

(c) $x^2 - 9y^2 = 9$.

(b) $x^2 + y + z^2 = 0$.

(d) $4x^2 - 9y^2 - 36z = 0$.

2. Fixando os pontos $A_{\pm} = (\pm 2, 0, 0)$, identifique o lugar geométrico dos pontos $P = (x, y, z)$ tais que

$$|d(P, A_+) - d(P, A_-)| = 3.$$

3. Identifique o lugar geométrico dos pontos que equidistam das retas

$$r : (0, -1, 0) + \lambda(1, 0, 0) \quad \text{e} \quad s : (0, 1, 0) + \lambda(0, 0, 1).$$

4. Mostre que cada uma das equações representa uma superfície cilíndrica, e determine sua direção geratriz e uma curva diretriz:

(a) $17x^2 + 2y^2 + z^2 - 8xy - 6xz - 2 = 0$.

(b) $x^2 + y + 5z^2 + 2xz + 4yz - 4 = 0$.

5. Mostre que cada uma das equações representa uma superfície cônica com vértice na origem e determine a equação de uma curva diretriz:

(a) $4z^3 - x^2y = 0$

(b) $xy + xz + yz = 0$

6. Mostre que cada uma das equações representa uma superfície de revolução e determine o seu eixo de revolução e a equação de uma curva geratriz:

(a) $x^2 + y^2 - z^3 = 0$

(b) $x^2y^2 + x^2z^2 = 1$

(c) $y^6 - x^2 - z^2 = 0$

7. Uma fonte de luz pontual é colocada diante de um anteparo perfurado em formato circular e com raio unitário, c.f. Figura 1 abaixo. Inicialmente, a fonte de luz encontra-se posicionada em $(0, 0, 10)$; e o anteparo está posicionado perpendicularmente ao eixo (Oz) com centro do círculo em $(0, 0, 5)$. Supondo que a luz emitida passa somente pelo furo, determine a equação da imagem projetada em uma tela posicionada no plano (Oxy) , em cada caso a seguir:

(a) na situação inicial;

(b) caso o centro do círculo seja movido para $(0, 0, 8)$;

(c) caso o centro do círculo seja movido para $(0, 0, 3)$;

(d) caso o centro do círculo esteja em $(0, 0, 5)$, mas o anteparo seja rotacionado em $+30^\circ$ em torno da reta $r : (0, t, 5)$

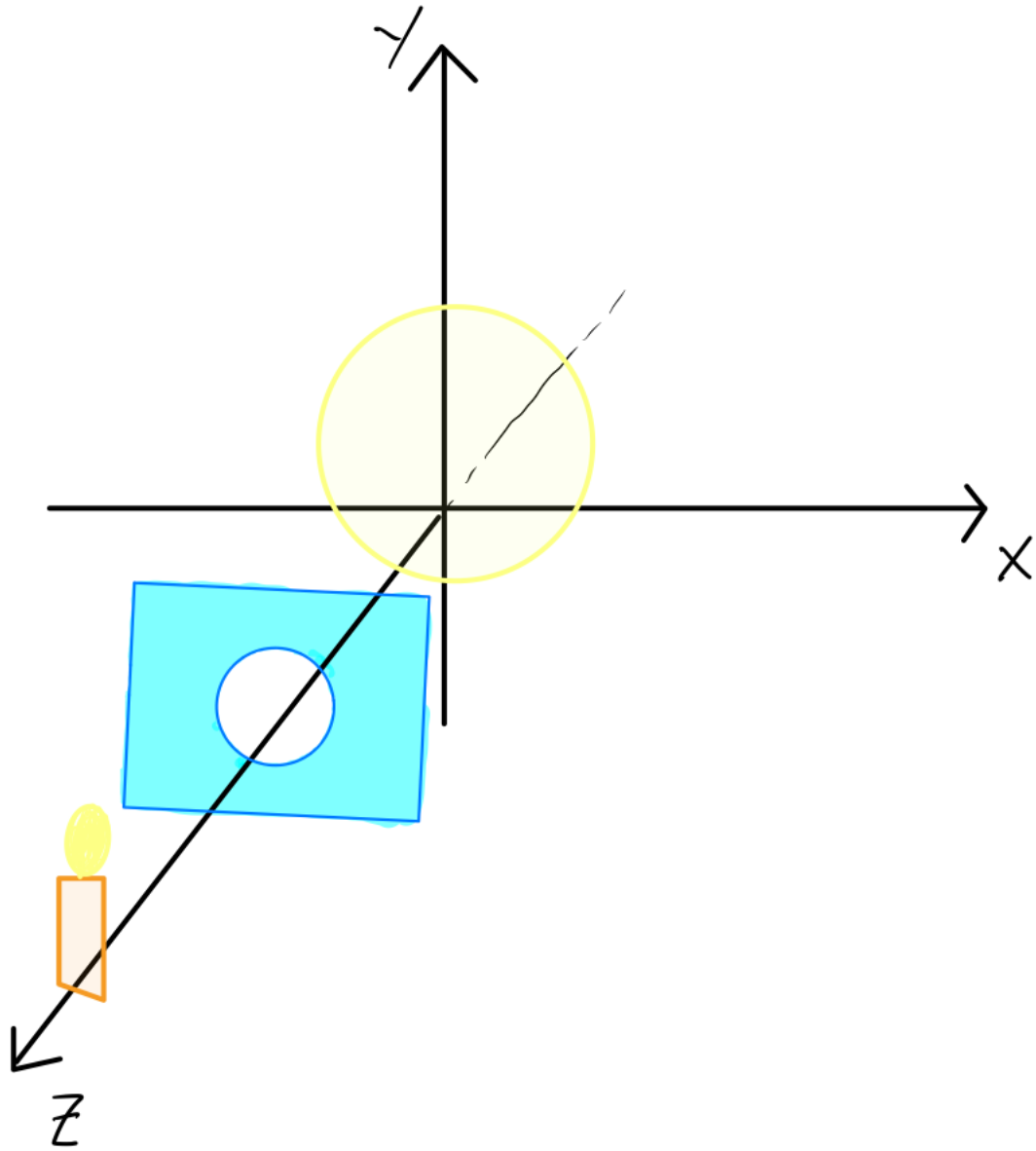


Figura 1: Fonte de luz diante de anteparo