MA141 - Geometria Analítica

12ª Lista de Exercícios – Identificação de quádricas.

2º Semestre de 2023

1. Determine condições sobre A, B, C e D, para que
$$(A^2-1)x^2+(B^2-2B+1)y^2+Cz^2-D^2=0,$$
seja a equação de:
   (a) um elipsóide.
   (b) um cilindro.

2. Considere a equação
$$(\lambda^2-3\lambda-4)x^2+(\lambda+2)y^2+(1-\lambda)z=0, \quad \lambda\in\mathbb{R}.$$
Determine condições sobre λ para que esta equação descreva:
   (a) um parabolóide elíptico.
   (b) um parabolóide hiperbólico.

3. O *polinômio característico* de uma matriz $A\in\mathrm{Mat}(n)$ é definido por $p_A(\lambda)=\det(A-\lambda I)$ e suas raízes chamam-se *autovalores* de A. Se λ é um autovalor de A, chamamos *autovetor associado a* λ a qualquer solução não-trivial X do sistema homogêneo
$$(A-\lambda I)X=\vec{0}.$$
Seja A uma matriz simétrica. Mostre que, se λ_1 e λ_2 são autovalores distintos de A e X_1 e X_2 os respectivos autovetores associados, então X_1 e X_2 são ortogonais.
Sugestão: Mostre que $\lambda_1 X_1\cdot X_2=\lambda_2 X_1\cdot X_2$.

4. Determine a veracidade de cada afirmação abaixo em $\mathbb{R}^3$. Justifique as alternativas falsas usando o critério do determinante, e justifique as verdadeiras encontrando a equação canônica em um sistema de coordenadas apropriado.
   (a) A equação $2x^2+30y^2+23z^2+72xz+150=0$ descreve um parabolóide hiperbólico;
   (b) A equação $144x^2+100y^2+81z^2-216xz-540x-720z=0$ descreve um cilindro elíptico;
   (c) A equação $2xy+z=0$ descreve um hiperbolóide de uma folha;
   (d) A equação $2xy+2xz+2yz-6x-6y-4z=9$ descreve um hiperbolóide de duas folhas;
   (e) A equação $7x^2+7y^2+10z^2-2xy-4xz+4yz-12x+12y+60z=24$ descreve um elipsóide.