

1.	2.	3.	4.	$\Sigma$

Exame Final de Geometria Analítica — MA141 — Manhã

26 de julho de 2022

NOME: \_\_\_\_\_ RA: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Responda a **todas** as questões abaixo. Justifique cada resposta e, quando aplicável, ilustre-a por uma figura.

Cada questão vale **25 pontos**.

- (1) Resolva o sistema homogêneo associado à matriz abaixo, segundo os possíveis valores de  $\alpha \in \mathbb{R}$ :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & -2 \\ 7 & \alpha & 1 \\ -1 & -3 & 0 \end{bmatrix}$$

- (2) Considere os seguintes planos em  $\mathbb{R}^3$ :

$$\pi_1 : (x, y, z) = (0, 2, 0) + \lambda(1, -1, 0) + \mu(2, -2, 3), \quad \lambda, \mu \in \mathbb{R},$$

$$\pi_2 : x - y - z = 0.$$

- (a) Mostre que  $\pi_1$  e  $\pi_2$  são concorrentes, e encontre a equação paramétrica da reta  $r = \pi_1 \cap \pi_2$ .

- (b) Encontre os pontos de  $r$  que distam 3 do ponto  $A = (0, 2, 1)$ .

- (3) Considere a cônica

$$C : x^2 + 2xy + y^2 + \sqrt{2}x + 3\sqrt{2}y = 0.$$

- (a) Determine a equação canônica de  $C$  e a mudança de coordenadas para obtê-la. Identifique a cônica.

- (b) Determine a excentricidade de  $C$ , as coordenadas dos seus focos e eventuais assíntotas.

- (4) Indique verdadeiro (V) ou falso (F), justificando sua resposta.

- (a) O produto escalar em  $\mathbb{R}^n$  é distributivo em relação à soma, ou seja,  $u \cdot (v+w) = u \cdot v + u \cdot w$ .

- (b) As retas  $r_1 : (x, y, z) = (3, 0, -2) + t(0, 1, 4)$  e  $r_2 : (x, y, z) = (4, -1, 1) + s(2, 1, 0)$  em  $\mathbb{R}^3$  são reversas.

- (c) A cônica em  $\mathbb{R}^2$  dada por  $3x^2 - 4y^2 - 12x + 4y + 13 = 0$  é uma parábola.

- (d) A superfície  $S$  dada em coordenadas esféricas pela equação  $r \sin \varphi = 2 \cos \theta$  contém ao menos uma reta.

- (e) A equação  $2x^2 + 2y^2 + z^2 - 4xy - 2 = 0$  descreve uma superfície cônica em  $\mathbb{R}^3$ .