1a	1b	1c	1d	2a	2b	2c	2d	3	4	$\sum$

ATENÇÃO: **Não é permitido destacar as folhas**

$1^{\underline{a}}$ Prova de MA141 — 05/04/2011

NOME:____ **Turma:**______ **RA:**____________________

1. (4 pt) Seja $M = \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & a & 2 & b \\ a & 0 & b & 2 \\ a & a & 4 & 4 \end{array}\right)$ a matriz ampliada (ou aumentada) de um sistema linear com 3 equações e 3 variáveis. Determinar os valores de a e b para os quais o sistema admite:

a) Solução única;
b) Solução com uma variável livre;
c) Solução com duas variáveis livres;
d) Nenhuma solução.

2. (2 pt) Verifique se as afirmações abaixo são verdadeiras ou falsas. (Respostas sem justificativa não serão consideradas.)

a) Se A é uma matriz $n \times n$ tal que $A^4 = I_n$, então $A = I_n$.
b) Sabendo-se que A e B são matrizes $n \times n$ e que AB é invertível, então A e B são invertíveis.
c) Um sistema homogêneo com 4 equações e 5 variáveis sempre possui solução não nula.
d) Se A e B são duas matrizes $n \times n$ então $\det(A + B) = \det A + \det B$.

3. (2 pt) Calcular, por escalonamento, a inversa da matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

4. (2 pt) Calcular o determinante da matriz $A = (a_{ij}) \in M_4$ de ordem 4, onde $a_{ij} = 2 + x_i y_j$ e x_k, y_k são números reais, $1 \leq k \leq 4$.

Incluir na prova, por favor, **todas** as “contas” feitas nas resoluções. Respostas não acompanhadas de argumentos que as justifiquem não serão consideradas.

Boa Prova!

1a	1b	1c	2	3	4a	4b	4c	4d	$\sum$

ATENÇÃO: **Não é permitido destacar as folhas**

$1^{\underline{a}}$ Prova de MA141 — 05/04/2011

NOME:____ **Turma:**_____ **RA:**____________________

1. Considere o sistema linear

$$\begin{cases} x + y + az &= 1 \\ x + ay + z &= 1 \\ ax + y + z &= 1 \end{cases},$$

onde a é um parámetro real.

a) (1 pt) Resolver o sistema quando $a = 1$.
b) (1 pt) Resolver o sistema quando $a = -2$.
c) (2 pt) Resolver o sistema dependendo dos valores de a.

2. (2 pt) Calcular o determinante da matriz $A = (a_{ij}) \in M_4$ de ordem 4, onde $a_{ij} = 1 - x_i - y_j$ e x_t, y_t são números reais, $1 \leq t \leq 4$.

3. (2 pt) Calcular, por escalonamento, a inversa da matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$.

4. (2 pt) Verifique se as afirmações abaixo são verdadeiras ou falsas. (Respostas sem justificativa não serão consideradas.)

a) Existem duas matrizes $n \times n$, A, $B \in M_n$ tais que A é invertível, $B \neq 0$ e $AB = 0$.
b) Todo sistema homogêneo possui soluções não nulas.
c) Se $A \in M_2$ é uma matriz 2×2 com $A^2 = 0$ então $A = 0$.
d) Toda matriz invertível é um produto de matrizes elementares.

Incluir na prova, por favor, **todas** as "contas" feitas nas resoluções. Respostas não acompanhadas de argumentos que as justifiquem não serão consideradas.

Boa Prova!

1a	1b	1c	2	3	4a	4b	4c	4d	$\sum$

ATENÇÃO: **Não é permitido destacar as folhas**

$1^{\underline{a}}$ Prova de MA141 — 05/04/2011

NOME:____ **Turma:**_____ **RA:**____________________

1. Considere o sistema linear

$$\begin{cases} x + y + pz & = & 1 \\ px + py + z & = & 1 \\ (2p-1)x + py + z & = & 2-p \end{cases},$$

onde p é um parámetro real.

a) (1 pt) Determinar os valores de p para os quais o sistema não tem solução.

b) (2 pt) Determinar os valores de p para os quais o sistema tem várias soluções; para cada um desses valores de p encontrar as respectivas soluções.

c) (1 pt) Resolver o sistema quando $p = 0$.

2. (2 pt) Calcular o determinante da matriz $A = (a_{ij}) \in M_4$ de ordem 4, onde $a_{ij} = \min\{i, j\}$ é o menor entre os índices i e j, $1 \leq i, j \leq 4$.

3. (2 pt) Calcular, por escalonamento, a inversa da matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

4. (2 pt) Verifique se as afirmações abaixo são verdadeiras ou falsas. (Respostas sem justificativa não serão consideradas.)

a) Existem duas matrizes $n \times n$, $A, B \in M_n$ tais que $A \neq 0$, B é invertível e $AB = 0$.

b) Se $A \in M_n$ é uma matriz $n \times n$ com $\det(A) = 0$, então o sistema homogêneo $AX = 0$ sempre tem solução não nula.

c) Se $A, B \in M_n$ são duas matrizes $n \times n$ então $\det(A + B) = \det A + \det B$.

d) Se $A \in M_2$ é uma matriz 2×2 com $A^2 = I_2$ então $A = I_2$. (Aqui I_2 é a matriz identidade.)

Incluir na prova, por favor, **todas** as "contas" feitas nas resoluções. Respostas não acompanhadas de argumentos que as justifiquem não serão consideradas.

Boa Prova!