1a	1b	2a	2b	2c	2d	3	4	$\sum$

$1^{\underline{a}}$ Prova de MA141 – 04/04/2017 – Turmas da Manhã

Nome:______________________________________ **Turma:** **RA:**__________

Atenção: Respostas que não estejam acompanhadas de argumentos que as justifiquem serão desconsideradas! As contas feitas nas resoluções fazem parte do argumento e, portanto, não devem ser descartadas. Em todos os exercícios, suponha que as matrizes consideradas tenham entradas no conjunto dos números reais.
Pergunte ao seu professor se é permitido destacar a folha de perguntas.
Boa Prova!

1. Dado $a \in \mathbb{R}$, considere o sistema $\begin{cases} x + y + az = 1 \\ x + (1+a)y + (2+a)z = 1 \\ 2x + 2y + (a^2+2a-4)z = a \end{cases}$.

   (a) (1pt) Determine os valores de a para os quais o sistema tem: solução única, infinitas soluções, nenhuma solução.

   (b) (1pt) Encontre o conjunto solução em cada caso que o sistema é solúvel.

2. Determine se cada afirmação abaixo é **verdadeira** ou **falsa**.

   (a) (1pt) Se A e B são matrizes $n \times n$, então $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$.

   (b) (1pt) Se A e B são matrizes tais que AB está definido e resulta numa matriz invertível, então A e B são quadradas e invertíveis.

   (c) (1pt) Se A e B são matrizes quadradas tais que $A - B$ possui alguma linha nula, então $\det(A) = \det(B)$.

   (d) (1,5pt) Se A é uma matriz $m \times n$ com $m > n$ e algum sistema linear tendo A como matriz principal possuir solução única, então sua forma escalonada reduzida tem $m - n$ linhas nulas.

3. (1,5pt) Seja $A = (a_{i,j})$ a matriz 5×5 cuja entrada na posição (i, j) é $\max\{i, j\}$, o maior entre i e j, para todo i e j. Calcule $\det(A)$ e conclua se A é ou não invertível.

4. (2pts) Seja A uma matriz quadrada e suponha que existam números $a_0, a_1, \ldots, a_m \in \mathbb{R}, m > 0, a_m \neq 0$, tais que $a_0 I + a_1 A + a_2 A^2 + \cdots + a_m A^m = 0$. Mostre que, se $a_0 \neq 0$, A é invertível. Vale a recíproca?

1a	1b	2a	2b	2c	2d	3	4	$\sum$

$1^{\underline{a}}$ Prova de MA141 – 04/04/2017 – Turmas da Tarde

Nome:____ **Turma:** **RA:**__________

Atenção: Respostas que não estejam acompanhadas de argumentos que as justifiquem serão desconsideradas! As contas feitas nas resoluções fazem parte do argumento e, portanto, não devem ser descartadas. Em todos os exercícios, suponha que as matrizes consideradas tenham entradas no conjunto dos números reais.
Pergunte ao seu professor se é permitido destacar a folha de perguntas.
Boa Prova!

1. Dado $a \in \mathbb{R}$, considere o sistema $\begin{cases} x + 2y + z = 3 \\ x + y - z = 2 \\ x + y + (a^2-5)z = a \end{cases}$.

   (a) (1pt) Determine os valores de a para os quais o sistema tem: solução única, infinitas soluções, nenhuma solução.

   (b) (1pt) Encontre o conjunto solução em cada caso que o sistema é solúvel.

2. Determine se cada afirmação abaixo é **verdadeira** ou **falsa**.

   (a) (1pt) Se A e B são matrizes $n \times n$ satisfazendo $AB = 0$, então $A = 0$.

   (b) (1pt) Se A e B são matrizes que comutam com a matriz $M = \left[\begin{smallmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{smallmatrix}\right]$, então $AB = BA$.

   (c) (1pt) Se n é ímpar, toda matriz antissimétrica $n \times n$ tem determinante nulo.

   (d) (1,5pt) Se A é uma matriz $m \times n$ com $m < n$ e existe matriz B $n \times m$ tal que $AB = I_m$, então todo sistema linear tendo A como matriz principal tem soluções múltiplas.

3. (1,5pt) Calcule o determinante da matriz $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & -2 & 1 & 1 & 0 \\ -3 & -1 & -1 & -2 & -10 \\ -1 & 2 & 0 & 10 & 2 \end{bmatrix}$ e conclua se ela é ou não invertível.

4. (2pts) Descreva todas as maneiras de decompor uma matriz quadrada como a soma de uma matriz triangular superior com uma triangula inferior.

1a	1b	2a	2b	2c	2d	3	4	$\sum$

$1^{\underline{a}}$ Prova de MA141 – 04/04/2017 – Turmas da Noite

Nome:____ **Turma:** **RA:**__________

Atenção: Respostas que não estejam acompanhadas de argumentos que as justifiquem serão desconsideradas! As contas feitas nas resoluções fazem parte do argumento e, portanto, não devem ser descartadas. Em todos os exercícios, suponha que as matrizes consideradas tenham entradas no conjunto dos números reais.
Pergunte ao seu professor se é permitido destacar a folha de perguntas.
Boa Prova!

1. Dado $a \in \mathbb{R}$, considere o sistema $\begin{cases} x + y + az = 1 \\ x + ay + z = a \\ ax + y + z = a^2 \end{cases}$.

   (a) (1pt) Determine os valores de a para os quais o sistema tem: solução única, infinitas soluções, nenhuma solução.

   (b) (1pt) Encontre o conjunto solução em cada caso que o sistema é solúvel.

2. Determine se cada afirmação abaixo é **verdadeira** ou **falsa**.

   (a) (1pt) Se A é uma matriz quadrada satisfazendo $A^3 = A$, então $A = I$ ou $A = 0$.

   (b) (1pt) Se A é uma matriz $m \times n$ com $m < n$, então o correspondente sistema homogêneo possui múltiplas soluções.

   (c) (1pt) Se A, B e C são matrizes $n \times n$, então $\det(A(B + C)) = \det(AB) + \det(AC)$.

   (d) (1pt) Se A é uma matriz invertível, então ela não é a matriz aumentada de um sistema linear solúvel.

3. (2pts) Calcule o determinante e a inversa da matriz $\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 5 & -2 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$.

4. (2pts) Mostre que toda matriz quadrada pode ser decomposta de maneira única como a soma de uma matriz simétrica com uma antissimétrica.