Nome: ______________________________ RA: ______________

3ª Prova - MA 211 - Turma ________

20 de outubro de 2006.

É proibido usar calculadora e desgrampear as folhas da prova. Respostas sem justificativas ou que não incluam os cálculos necessários não serão consideradas. BOA PROVA!

1. (2,5 pontos) Calcule a integral, fazendo uma mudança de variáveis apropriada
$$\int\int_R \frac{x+2y}{\cos(x-y)} dA$$
onde R é o paralelogramo limitado pelas retas $x-y=0$, $x-y=1$, $x+2y=0$ e $x+2y=2$.
(Lembre-se que: $\int \sec x\, dx = \ln|\sec x + \tan x| + C$).

2. (2 pontos) Seja E o sólido limitado pelos dois planos $z=1$ e $z=2$ e lateralmente pelo cone $z=\sqrt{x^2+y^2}$. Expresse o volume de E como integral tripla em coordenadas cilíndricas. Em seguida, expresse esse mesmo volume como uma integral tripla em coordenadas esféricas. Não é necessário calcular as integrais.

3. (2,5 pontos) Sabendo-se que o centróide de uma região E é dada por
$$\bar{x} = \frac{1}{\text{vol}(E)}\int_E x dV, \qquad \bar{y} = \frac{1}{\text{vol}(E)}\int_E y dV, \qquad \bar{z} = \frac{1}{\text{vol}(E)}\int_E z dV.$$
Use coordenadas esféricas para calcular o centróide da região dada em coordenadas esféricas por $0 \leqslant \rho \leqslant 1$, $0 \leqslant \varphi \leqslant \pi/3$ e $0 \leqslant \theta \leqslant 2\pi$. Devido à simetria da região, as coordenadas $\bar{x}$ e $\bar{y}$ se anulam. Calcule a terceira coordenada.

4. (3,0 pontos)

   (a) Mostre que o comprimento da espiral dada por $\gamma : x = t\cos t,\ y = t\sin t$, com $0 \leqslant t \leqslant 2\pi$ é dado pela integral de $\sqrt{1+t^2}$.

   (b) Calcule o trabalho realizado por uma partícula andando sobre essa mesma curva sob ação do campo $F(x,y) = (x,y)$, ou seja, calcule a integral
   $$\int_\gamma x dx + y dy.$$