Nome: ______________________________ RA: ______________

# 4ª Prova - MA 211 - Turma ________

24 de novembro de 2006.

É proibido usar calculadora e desgrampear as folhas da prova. Respostas sem justificativas ou que não incluam os cálculos necessários não serão consideradas. BOA PROVA!

1. (2,5 pontos)
   (a) Mostre, usando o Teorema de Green, que a área de uma região $D$ pode ser calculada pela integral de linha
   $$A(D) = \int_C x dy,$$
   onde $C$ é a fronteira da região com a orientação positiva.

   (b) Use a fórmula do ítem anterior para calcular a área da região limitada pela curva $(\cos t, \sin^3 t)$; $0 \leqslant t \leqslant 2\pi$. (Lembrete: $4\sin^2 t \cos^2 t = \sin^2(2t)$).

2. (2,5 pontos) Use o Teorema de Stokes para calcular a integral de linha
   $$\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r},$$
   onde $\mathbf{F} = (2xyz - 2y, x^2z + 2x, x^2y + 2y)$ e $C$ é a circunferência dada por: $y^2 + z^2 = 1$, $x = 2$, orientada no sentido positivo.

3. (2,5 pontos) Considere o campo
   $$\mathbf{F} = (e^z,\ 2yz,\ xe^z + y^2)$$
   (a) Verifique se o campo $\mathbf{F}$ é conservativo.

   (b) Se $\mathbf{F}$ for conservativo, calcule $f(x, y, z)$ tal que $\nabla f = \mathbf{F}$.

   (c) Calcule a integral de linha
   $$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$
   onde $C$ é dada por $\mathbf{r} = (\cos t, \sin t, t)$, $0 \leqslant t \leqslant 2\pi$.

4. (2,5 pontos) Se
   $$\mathbf{F} = (xz,\ yz,\ 2)$$
   e $E$ é a região dada por $x^2 + y^2 \leqslant 1$ e $0 \leqslant z \leqslant 1$. Mostre que o Teorema do Divergente é verdadeiro neste caso. Calcule as duas integrais do enunciado do teorema e mostre que elas têm o mesmo valor.