

Nome: _____

RA: _____

1ª Prova - MA 211 - Turma _____

29 de agosto de 2008.

É proibido usar calculadora e desgrampear as folhas da prova. Respostas sem justificativas ou que não incluam os cálculos necessários não serão consideradas. BOA PROVA!

1. (2,5 pontos) Seja $f(x, y)$ a função dada por

$$f(x, y) = \begin{cases} x \cos\left(\frac{xy^2}{x^2 + y^2}\right), & \text{se } (x, y) \neq (0, 0); \\ 0, & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

(a) Calcule $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$ ou mostre que esse limite não existe.

(b) Verifique se f é contínua no ponto $(0, 0)$.

2. (2,5 pontos) Determine a equação do plano tangente à superfície dada por $\log xy + \log yz + \log xz = 0$ no ponto $(1, 1, 1)$.

3. (2,5 pontos) Seja

$$f(x, y) = x - y \sin(\pi(x^2 + y^2))$$

(a) Calcule a derivada direcional de f no ponto $(0, 0)$ na direção de $v = (1/2, \sqrt{3}/2)$

(b) Em que direção a taxa de variação de f no ponto $(0, 0)$ é máxima? Qual é o valor da taxa máxima nesse ponto?

4. (2,5 pontos) Seja

$$g(x, y) = f(x^2 + y^2),$$

onde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função diferenciável.

(a) Mostre que

$$y \frac{\partial g}{\partial x} - x \frac{\partial g}{\partial y} = 0$$

(b) Sabendo que $f'(2) = 1$, determine a equação da reta tangente à curva de nível de g que passa pelo ponto $(1, 1)$.