

## Notas

1	
2	
3	
4	

Nome: \_\_\_\_\_ RA: \_\_\_\_\_

1ª Prova - MA 211 - Turma \_\_\_\_\_  
03 de setembro de 2010.

É proibido usar calculadora e desgrampear as folhas da prova. Respostas sem justificativas ou que não incluam os cálculos necessários não serão consideradas. BOA PROVA!

1. (2,5 pontos) Mostre que o plano tangente, no ponto  $(1, 2, 5)$ , ao parabolóide  $z = x^2 + y^2$  intercepta o plano  $xy$  na reta

$$\begin{cases} 2x + 4y - 5 = 0, \\ z = 0. \end{cases}$$

2. (2 pontos) Determine os valores máximo e mínimo de  $f(x, y, z) = x^2 - yz$  em pontos da esfera  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ .

3. (2,5 pontos)

(a) Seja

$$u = u(x, y) = \ln(\sqrt{x^2 + y^2}), \quad (x, y) \neq (0, 0).$$

Calcule  $u_{xx} + u_{yy}$

(b) Seja  $v = v(x, y)$  uma função com derivadas segundas contínuas tais que  $v_{xx}$  e  $v_{yy}$  não são ambas nulas.

Se  $v$  satisfaz a equação de Laplace  $v_{xx} + v_{yy} = 0$ , mostre que  $v$  não tem nem máximo, nem mínimo (só possivelmente pontos de sela).

4. (3 pontos) Os pontos na superfície de um vulcão são modelados sobre a região  $\text{Dom}(V) = \{x^2 + y^2 \leq 6400\}$  por

$$z = V(x, y) = 88 - \left(\frac{r^2}{400} - 4\right) \left(\frac{r^2}{400} - 14\right), \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

(a) Determine e classifique os pontos críticos de  $V$ .

(b) Determine o diâmetro e a profundidade da cratera.

(c) Após um tremor, uma pedra se desprende da superfície sobre o ponto  $P = (20, 0) \in \text{Dom}(V)$ ; supondo que ela siga para baixo na direção de maior inclinação, determine se ela rolará para dentro ou para fora da cratera.