

Notas

1	
2	
3	
4	

Nome: _____ RA: _____

1ª Prova - MA 211 - Turma _____
02 de setembro de 2010.

É proibido usar calculadora e desgrampear as folhas da prova. Respostas sem justificativas ou que não incluam os cálculos necessários não serão consideradas. BOA PROVA!

1. Determine os limites, caso existam:

$$(a)(1 \text{ ponto}) \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2x^2 - y^2}{x^2 + 2y^2} \quad (b)(1,5 \text{ pontos}) \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 - y^2x}{x^2 + y^2}$$

2. (a) (1 ponto) Determine os pontos do hiperbolóide $x^2 - 2y^2 - 4z^2 = 16$ em que o plano tangente é paralelo ao plano $4x - 2y + 4z = 5$.

(b) A superfície de um lago é representada por uma região D no plano xy, tal que a profundidade (em pés) sob o ponto correspondente a (x, y) é dada por

$$f(x, y) = 300 - 2x^2 - 3y^2.$$

i. (0,5 ponto) Represente graficamente a região D.

ii. (1 ponto) Se um nadador está no ponto $(4, 9)$, em que direção deve nadar para que a profundidade sob ele decresça mais rapidamente?

3. (2,5 pontos) Suponha que $w = f(x, y)$ é diferenciável e que exista uma constante α tal que

$$x = u \cos \alpha - v \sin \alpha,$$

$$y = u \sin \alpha + v \cos \alpha.$$

Mostre que

$$\left(\frac{\partial w}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial v}\right)^2 = \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2.$$

4. (2,5 pontos)

(a) Determine os pontos críticos da função

$$f(x, y) = -(x^2 - 1)^2 - (x^2y - x - 1)^2$$

(b) Calcule os valores assumidos por f nos pontos críticos.

É possível classificar os pontos críticos sem utilizar o critério da derivada segunda?

Se for possível, classifique-os e justifique a resposta.