UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica
1a. Prova – MA-211 – Sexta-feira (MANHÃ), 10/10/2014

ALUNO	RA	Turma

Q1	
Q2	
Q3	
Q4	
Q5	
$\sum$	

1a. Prova – MA-211 – Sexta-feira (MANHÃ), 10/10/2014

INSTRUÇÕES

NÃO É PERMITIDO DESTACAR AS FOLHAS DA PROVA
É PROIBIDO O USO DE CALCULADORAS
SERÃO CONSIDERADAS SOMENTE AS QUESTÕES ESCRITAS DE FORMA CLARA E DEVIDAMENTE JUSTIFICADAS

Questão 1. Considere a função

$$f(x,y)=\begin{cases} x+y, & xy=0,\\ \kappa, & \text{caso contrário,}\end{cases}$$

em que κ é um número real.

(a) Determine as derivadas parciais de primeira ordem de f em $(0,0)$. (0.4)

(b) É possível escolher κ de modo que f seja contínua em $(0,0)$? No caso afirmativo, qual deve ser o valor de κ? (0.6)

(c) Mostre que f, com $\kappa=1$, não possui derivada direcional em $(0,0)$ na direção de um vetor $\mathbf{v}=(a,b)$ com $a^2+b^2=1$ e $ab\neq 0$. (0.6)

(d) f é diferenciável em $(0,0)$ quando $\kappa=1$? Justifique sua resposta. (0.4)

Questão 2.

(a) Sejam $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ funções diferenciáveis. Mostre que $u(x,t)=f(x+at)+g(x-at)$, em que $a\neq 0$, satisfaz a equação da onda $u_{tt}=a^2u_{xx}$. (0.6)

(b) Seja h uma função de duas variáveis com derivadas parciais de segunda ordem contínuas. Se $z=h(x,y)$, em que $x=r^2+s^2$ e $y=2rs$, determine $\dfrac{\partial^2 z}{\partial r\partial s}$. (1.4)

Questão 3. Determine a equação dos planos tangentes ao gráfico de $f(x,y)=7-x^2-y^2$ que passam por ambos os pontos $(1,0,7)$ e $(3,0,3)$. (2.0)

Questão 4. Três alelos (versões alternativas de um gene) A, B e O determinam os quatro tipos de sangue: A (AA ou AO), B (BB ou BO), O (OO) e AB. A Lei de Hardy-Weinberg afirma que a proporção de indivíduos em uma população que carregam dois alelos diferentes é $P=2pq+2pr+2rq$, em que p, q e r são as proporções de A, B e O na população. Sabendo que $p+q+r=1$, determine a proporção máxima de indivíduos que carregam dois alelos em uma população. (2.0)

Questão 5. Determine o plano tangente à superfície $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{9}+\dfrac{z^2}{16}=1$, com $x>0, y>0$ e $z>0$, que forma com os planos coordenados um tetraedro de volume mínimo. (2.0)
Dica: O volume do tetraedro formado pelos planos coordenados e o plano $ax+by+cz=d$ no primeiro octante é dado por $V=d^3/(6abc)$.

Boa Prova!