



Q1	
Q2	
Q3	
Q4	
Q5	
Σ	

ALUNO	RA
-------	----

1a. Prova – MA-211 – Sexta-feira (NOITE), 03/10/2014

INSTRUÇÕES

NÃO É PERMITIDO DESTACAR AS FOLHAS DA PROVA
 É PROIBIDO O USO DE CALCULADORAS
 SERÃO CONSIDERADAS SOMENTE AS QUESTÕES ESCRITAS DE FORMA CLARA E
 DEVIDAMENTE JUSTIFICADAS

Questão 1. Considere o vetor unitário $\mathbf{u} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ e a função

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2+y^4}, & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

- (a) A função f é contínua em $(0, 0)$? Justifique sua resposta. (0.8)
- (b) Determine as derivadas parciais $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$. (0.4)
- (c) Determine a derivada direcional $D_{\mathbf{u}}f(0, 0)$. (0.4)
- (d) Explique porque o produto escalar $\nabla f(0, 0) \cdot \mathbf{u}$ não fornece a derivada direcional de f em $(0, 0)$ na direção de \mathbf{u} . (0.4)

Questão 2.

- (a) Seja $z = e^y \phi(x - y)$, em que $\phi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função diferenciável de uma variável real. Mostre que $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = z$. (0.8)

- (b) Se $z = \sin(x + \sin y)$, mostre que $\frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$. (1.2)

Questão 3. Considere a função $f(x, y) = x\psi\left(\frac{x}{y}\right)$ em que $\psi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função diferenciável. Mostre que o plano tangente ao gráfico f em um ponto arbitrário $(a, b, f(a, b))$ passa pela origem. (2.0)

Questão 4. Determine os pontos da elipse $\mathcal{D} = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1 \right\}$ que fornecem o maior e o menor valor da função $f(x, y) = xy$. (2.0)

Questão 5. Determine e classifique os pontos críticos da função (2.0)

$$f(x, y) = x^3 - 12xy + 8y^3.$$