



Q1	
Q2	
Q3	
Q4	
Q5	
Σ	

ALUNO	RA	Turma
-------	----	-------

EXAME – MA211 – Quinta-feira (TARDE), 15/01/2015

INSTRUÇÕES

NÃO É PERMITIDO DESTACAR AS FOLHAS DA PROVA
 É PROIBIDO O USO DE CALCULADORAS
 SERÃO CONSIDERADAS SOMENTE AS QUESTÕES ESCRITAS DE FORMA CLARA E
 DEVIDAMENTE JUSTIFICADAS

Questão 1.

- (a) Seja $g(x, y) = \psi(x/y)$, em que $\psi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função diferenciável de uma variável real. Verifique que

$$xg_x(x, y) + yg_y(x, y) = 0,$$

para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ com $y \neq 0$.

- (b) Verifique que o elipsoide $3x^2 + 2y^2 + z^2 = 9$ e a esfera $x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 6y - 8z + 24 = 0$ se tangenciam (ou seja, possuem o mesmo plano tangente) no ponto $(1, 1, 2)$.

Questão 2. Determine os valores máximo e mínimo absolutos de

$$f(x, y) = x^2 + y^2 + x^2y + 4,$$

no conjunto $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 1, |y| \leq 1\}$.

Questão 3. Determine o volume da esfera sólida $\rho \leq a$ que está entre os cones $\phi = \pi/3$ e $\phi = 2\pi/3$.

Questão 4. Calcule o trabalho realizado pela força $\mathbf{F} = xy\mathbf{i} + y^2\mathbf{j}$ ao mover uma partícula da origem ao longo da reta $y = x$ até $(1, 1)$ e então de volta à origem ao longo da curva $y = x^2$.

Questão 5. Use o teorema de Stokes para calcular a integral $\iint_S \text{rot } \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$, em que

$$\mathbf{F}(x, y, z) = -y\mathbf{i} + x\mathbf{j} + x^2\mathbf{k},$$

e S é o cilindro $x^2 + y^2 = a^2$, $0 \leq z \leq 2$, junto com seu topo $x^2 + y^2 \leq a^2$, $z = 2$.