Q1	
Q2	
Q3	
Q4	
Q5	
$\sum$	

ALUNO	RA	Turma

1a. Prova – MA-211 – Quinta-feira (TARDE), 29/09/2016

INSTRUÇÕES

NÃO É PERMITIDO DESTACAR AS FOLHAS DA PROVA
É PROIBIDO O USO DE CALCULADORAS
SERÃO CONSIDERADAS SOMENTE AS QUESTÕES ESCRITAS DE FORMA CLARA E DEVIDAMENTE JUSTIFICADAS

Boa Prova!

Questão 1.

(a) Determine, se existir, o limite

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2y}{x^3+y^3}.$$

Justifique sua resposta.

(b) Existe um valor de L para que a função

$$g(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3+xy^2}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ L, & (x,y) = (0,0), \end{cases}$$

seja contínua em $(0,0)$? Avalie a continuidade dessa função nos pontos $(x,y) \neq (0,0)$?

Questão 2.

(a) Mostre que a função $f(x,y) = \dfrac{x^2y^2}{x+y}$ satisfaz a equação

$$x\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) + y\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = 3f(x,y), \quad \forall (x,y) \neq (0,0).$$

(b) Suponha que $\phi(x) = g(x^2, 3x+1)$, em que $g(u,v)$ é um função diferenciável. Sabendo que $g_x(1,4) = 1$ e $g_y(1,4) = 2$, calcule $\phi'(1)$.

Questão 3. Considere a função $f(x,y) = \dfrac{\cos(y^2)}{x}$.

(a) Determine a taxa de variação máxima de f em $(1, \sqrt{\pi})$ e a direção em que isso ocorre.

(b) Determine a derivada direcional de f em $(1, \sqrt{\pi})$ na direção $\mathbf{v} = (2, 1)$.

(c) Determine todas as derivadas parciais de segunda ordem de f, e as calcule no ponto $(1, \sqrt{\pi})$.

Questão 4. Considere a função $f(x, y) = x^2 + 4y^2 - 4xy + 2$.

(a) Mostre que f tem um número infinito de pontos críticos.

(b) Mostre que f tem um mínimo local (e absoluto) em cada ponto crítico.

Questão 5. Uma caixa de papelão sem tampa deve ter volume de $32000 cm^3$. Determine as dimensões que minimizem a quantidade de papelão utilizado.