



Q1	
Q2	
Q3	
Q4	
Q5	
Σ	

ALUNO	RA	Turma
-------	----	-------

1a. Prova – MA-211 – Quinta-feira (TARDE), 14/09/2017

INSTRUÇÕES

NÃO É PERMITIDO DESTACAR AS FOLHAS DA PROVA
É PROIBIDO O USO DE CALCULADORAS
SERÃO CONSIDERADAS SOMENTE AS QUESTÕES ESCRITAS DE FORMA CLARA E
DEVIDAMENTE JUSTIFICADAS

Questão 1. A temperatura T em uma esfera de metal é inversamente proporcional à distância ao centro da esfera, que tomamos como origem. A temperatura no ponto $(1, 2, 2)$ é de 150 graus.

- (a) [1.0] Determine a derivada de T na direção do ponto $(1, 2, 2)$ para o ponto $(1, 0, 3)$.
- (b) [1.0] Mostre que em qualquer ponto da esfera a direção de maior crescimento da temperatura é dada por um vetor que parte da origem.

Questão 2. [2.0] Seja $z = f(x, y)$ com $x = r \cos \theta$ e $y = r \sin \theta$. Mostre que

$$z_{xx} + z_{yy} = z_{rr} + \frac{1}{r^2} z_{\theta\theta} + \frac{1}{r} z_r.$$

Questão 3. [2.0] Obtenha o ângulo formado entre a reta paralela ao eixo z passando por (a, b, c) e o plano tangente em (a, b, c) ao parabolóide

$$4z = x^2 + y^2.$$

Questão 4. Dada a função $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida como

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 6x + 9}.$$

(a) [1.5] Determine, se existirem, os mínimos e máximos (locais e absolutos) de f na região de fronteira

$$\frac{(x-3)^2}{9} + y^2 = 1.$$

(b) [0.5] Verifique quais pontos de extremo absoluto nesta fronteira são também pontos de extremo absoluto de f no interior da região, ou seja, no conjunto

$$E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{(x-3)^2}{9} + y^2 \leq 1\}.$$

Questão 5. [2.0] Decomponha o número positivo a na soma de três números positivos tais que o produto entre eles seja máximo.