



Q1	
Q2	
Q3	
Q4	
Q5	
$\Sigma$	

ALUNO	RA	Turma
-------	----	-------

**3a. Prova – MA-211 – Quinta-feira (TARDE), 30/11/2017**

**INSTRUÇÕES**

NÃO É PERMITIDO DESTACAR AS FOLHAS DA PROVA  
É PROIBIDO O USO DE CALCULADORAS  
SERÃO CONSIDERADAS SOMENTE AS QUESTÕES ESCRITAS DE FORMA CLARA E  
DEVIDAMENTE JUSTIFICADAS

---

Questão 1. [2.0] Considere o campo gravitacional

$$\mathbf{F} = -GmM \frac{x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \quad (G, m \text{ e } M \text{ constantes}).$$

- (a) [1.5] Encontre uma função potencial para este campo.
- (b) [0.5] Sejam  $P_1$  e  $P_2$  dois pontos a uma distância respectivamente  $s_1$  e  $s_2$  da origem. Calcule o trabalho realizado por este campo gravitacional para mover uma partícula de  $P_1$  a  $P_2$ .

Questão 2. [2.0] Use o Teorema de Green para calcular a área da astroide

$$\mathbf{r}(t) = (\cos^3 t)\mathbf{i} + (\sin^3 t)\mathbf{j}, \quad 0 \leq t \leq 2\pi.$$

**Questão 3.** [2.0] Encontre a área da superfície  $x^2 - 2\ln x + \sqrt{15}y - z = 0$  acima do quadrado  $R = \{(x, y, z) : 1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1, z = 0\}$ .

Questão 4. [2.0] Considere o campo vetorial

$$\mathbf{F} = y^2\mathbf{i} + z^2\mathbf{j} + x\mathbf{k}.$$

Calcule a integral de fluxo do rotacional de  $\mathbf{F}$  através da superfície (aberta) da metade superior de uma esfera ( $z \geq 0$ ) centrada na origem com raio 2.

Questão 5. [2.0] Sejam as funções

$$f(x, y, z) = x^2 - y^2 + z^2 \quad g(x, y, z) = x^2 + y + z^2$$

e  $S$  a semi-esfera

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1, \quad z \geq 0.$$

Calcule

$$\iint_S (\nabla f \times \nabla g) \cdot d\mathbf{S},$$

usando

(a) [1.0] O Teorema de Stokes, considerando que  $\nabla f \times \nabla g = \nabla \times (g\nabla f)$ ;

(b) [1.0] O Teorema do Divergente.

Em cada caso, explique se assumiu que a superfície é aberta ou fechada.