

MS 211 - LISTA DE EXERCÍCIOS No. 1 ARITMÉTICA DE PONTO FLUTUANTE

1. Considere uma máquina com sistema de representação de números definido por: base 10 ($\beta = 10$), 4 dígitos na mantissa ($t = 4$) e expoente no intervalo: $[-5; 5]$. Pede-se:
 - a) qual o menor e o maior número em módulo representado nesta máquina?
 - b) como será representado o número 73758 nesta máquina se for usado o arredondamento? E se for usado o truncamento?
 - c) Se $a = 42450$ e $b = 3$ qual o resultado de $a + b$ se for usado o arredondamento? E se for usado o truncamento? Justifique o resultado.
 - d) Considerando ainda, $a = 42450$ e $b = 3$, qual o resultado da operação: $a + \sum_{i=1}^{10} b$, considerando que está sendo realizado o truncamento?
 - e) Repetir o item (d), para a operação: $\sum_{i=1}^{10} b + a$.
 - f) Considerando $a = 4245$, $b = 300$ e $c = 100$. Qual o resultado obtido nesta máquina para d e e , calculados de acordo com: $d = (a * b)/c$ e $e = a * (b/c)$. Justifique!
 - g) O que podemos concluir sobre a validade das propriedades como: comutativa, associativa, elemento neutro da adição de números em aritmética de ponto flutuante?

2. Precisão da Máquina

A precisão da máquina é definida como sendo o menor número positivo em aritmética de ponto flutuante, ε , tal que: $(1 + \varepsilon) > 1$. Este número depende totalmente do sistema de representação da máquina: base numérica, total de dígitos na mantissa, da forma como são realizadas as operações e do compilador utilizado. É importante conhecermos a *precisão da máquina* porque em vários algoritmos precisamos fornecer como dado de entrada um valor positivo, próximo de zero para ser usado em testes de comparação com zero.

O algoritmo abaixo estima a precisão da máquina :

Passo 1 : $A = 1$

$$s = 1 + A$$

Passo 2 : Enquanto $s > 1$, faça :

$$A = A/2$$

$$s = 1 + A$$

Passo 3 : Faça $Prec = A * 2$ e imprimir $Prec$.

- a) Teste este algoritmo usando o MatLab. Compare o valor obtido com o valor obtido ao se dar o comando `eps` do MatLab. Use o comando `help eps` no Matlab para obter a descrição de `eps` no Matlab.
- b) Interprete o passo 3 do algoritmo, isto é, por que a aproximação para $Prec$ é escolhida como sendo o dobro do último valor de A obtido no passo 2?
- c) Na definição de precisão da máquina, usamos como referência o número 1. No algoritmo abaixo a variável ω é um dado de entrada, escolhido pelo usuário:

Passo 1 : $A = \omega$

$s = \omega + A$;

Passo 2 : Enquanto $s > \omega$, faça :

$A = A/2$

$s = \omega + A$

Passo 3 : Faça $Prec = A * 2$ e imprimir $Prec$.

- c.1) Teste seu programa atribuindo para ω os números : 10^{-1} , 10^{-2} , 10^{-4} , 10^{-5} , 10^{-6} , 10^{-6} , 10^{-8} , 17, 184, 1575, , 17893.
- c.2) Para cada valor diferente para ω imprima o valor correspondente obtido para $Prec$. Justifique por que $Prec$ se altera quando ω é modificado.

3. Cálculo de $\exp(x)$: o objetivo é calcular $\exp(x)$ pela série de Taylor até ordem n em torno de zero:

$$\exp(x) \simeq 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots + \frac{x^n}{n!} \quad (1)$$

a) Escreva um programa para rodar no MatLab para obter a aproximação para $\exp(x)$ de acordo com a expressão (1). O valor de x e o número de termos da série, n , são dados de entrada deste programa.

Observe que o cálculo do fatorial: $k!$, necessário na série de Taylor, pode ser feito de modo a evitar a ocorrência de *overflow*. É fácil evitar o *overflow*, desde que se observe que o termo (k) pode ser escrito como: $x^k/k! = x^{k-1} * x / (k-1)! * k$, onde o termo $x^{k-1}/(k-1)!$ já está calculado, pois a série está sendo avaliada a partir do primeiro termo. (Um erro comum no uso da fórmula de Taylor para o cálculo de $\exp(x)$ é escrever “procedimentos” para avaliar o fatorial: o valor de k é uma dado de entrada e a saída é $k!$. Nestes casos, há ocorrência de *overflow*).

Evitando o *overflow* a série de Taylor pode ser calculada com tantos termos quanto se queira. Qual seria um critério de parada para se interromper o cálculo da série, que não seja a comparação com o valor real de $\exp(x)$?

b) Teste seu programa com vários valores para x : positivos, negativos, ($x \approx 0$ e x distante de zero) e, para cada valor de x , teste o cálculo da série com vários valores para o número de termos: n . Analise os resultados obtidos.