# MS 211 – LISTA DE EXERCICIOS No. 4
# RESOLUÇÃO DE SISTEMAS NÃO LINEARES

1. Considere os seguintes sistemas não lineares:

$$a) \left\{ \begin{array}{l} x_1^2 + x_2^2 - 2 = 0 \\ x_1 x_2 - 1 = 0 \end{array} \right. \quad b) \left\{ \begin{array}{l} 2x_1 x_2 - 3 = 0 \\ x_1^2 - x_2 - 2 = 0 \end{array} \right. \quad c) \left\{ \begin{array}{l} x_1^2 + 4x_2^2 - 4 = 0 \\ x_1^2 - 2x_1 - 2x_2 + 1 = 0 \end{array} \right.$$

   *i)* Localize graficamente as raízes de cada sistema não linear.
   *ii)* Em cada caso obtenha todas as raízes através do método de Newton escolhendo chutes iniciais convenientes. Use $\varepsilon = 10^{-2}$ se trabalhar apenas com uma calculadora e $\varepsilon = 10^{-4}$ se usar um programa para rodar no MatLab.

2. No método de Newton Modificado a sequência $\{x^{(k)}\}$ é gerada através de: $x^{(k+1)} = x^{(k)} + s_k$ onde $s_k$ é solução do sistema linear: $J_0 s = -F_k$ sendo: $J_0$: a matriz Jacobiana de $F(x)$ avaliada em $x^0$.
   *i)* Modifique o algoritmo do método de Newton de modo que corresponda ao algoritmo do método de Newton Modificado. Neste caso, use a fatoração LU para resolver os sistemas lineares e lembre–se que a fatoração será calculada apenas uma vez (no ponto inicial) pois a matriz Jacobiana é a mesma em todas as iterações.
   *ii)* Resolva os sistemas não lineares do item anterior usando os mesmos chutes iniciais escolhidos para o método de Newton e a mesma precisão.
   *iii)* Compare os resultados obtidos e desempenho dos dois métodos.

3. O método de Newton pode ser aplicado para a resolução de sistemas lineares: $Ax = b$. Demonstre que neste caso o método de Newton converge em apenas uma iteração. O mesmo ocorre para Newton Modificado?

4. Considere o sistema não linear: $\left\{ \begin{array}{l} \exp(x_1) - 1 = 0 \\ \exp(x_2) - 1 = 0 \end{array} \right.$

   A solução deste sistema é: $x^* = (0\ 0)^T$.
   *a)* Verifique que a matriz Jacobiana é inversível em $x^*$.
   *b)* Resolva este sistema não linear através do Método de Newton, usando $x^0 = (-10\ -10)^T$. Analise os resultados obtidos e justifique o que acontece.

5. Considere o sistema não linear:
   $f_1(x) = -2x_1^2 + 3x_1 - 2x_2 + 1;$
   $f_i(x) = -2x_i^2 + 3x_i - x_{i-1} - 2xi + 1 + 1, \ \ \forall i = 2, \cdots, n-1;$
   $f_n(x) = -2x_n^2 + 3x_n - x_{n-1} + 1.$
   Monte a matriz Jacobiana e verifique que esta matriz é tridiagonal. Resolva este sistema não linear, no MatLab, com $x^{(0)} = (-1, -1, \cdots, -1)$ e $\varepsilon = 10^{-04}$.