MS 211 Cálculo Numérico

Primeiro Semestre de 2013

Lista de Exercícios MS211
Tópico 4. “Resolução de sistemas não lineares”

Exercício 1. (Cristina, Ex. 1)

Use os métodos de Newton e da Secante para encontrar aproximações para as soluções das equações abaixo, nos intervalos indicados. Use como parada $\epsilon = 10^{-4}$.

(a) $x^3 + 3x^2 - 1 = 0, \qquad x \in [-4, 0]$,

(b) $x - cos(x) = 0, \qquad x \in [0, \pi/2]$.

Exercício 2. (Conte & de Boor, 3.2-8)

Encontre a menor raiz positiva das equações seguintes no computador usando os métodos de Bissecção, Newton e Secante. Compare os resultados, o número de iterações necessárias e a precisão obtida.

(a) $e^{-x} - \sin x = 0$

(b) $x - e^{-x^2} = 0$

(c) $x^3 - x - 2 = 0$

Exercício 3. (Conte & de Boor, 3.2-3)

Prove que a função $f(x) = e^x - 1 - x - x^2/2$ tem exatamente uma raiz, $x = 0$. [*Dica:* Use o resto da expansão de Taylor em torno de e^x em torno de 0.] Em seguida, use o computador para calcular $f(x)$ para valores de x “próximos” de $x = 0$. O que você pode concluir a partir destes fatos, especificamente, no que diz respeito ao método de bissecção, e mais geralmente, no que diz respeito ao conceito (teórico) de um “zero de uma função”?

Exercício 4. (Conte & de Boor, 3.2-4)

Suponha que você queira encontrar a raiz da equação $f(x) = \tan x - x = 0$ mais próxima de 50, usando o método da secante com nove casas decimais de ponto flutuante. Seria “razoável” usar o critério de parada $|f(x_n)| \leq 10^{-8}$?

Exercício 5. (Cristina, Ex. 2)

Use o método de Newton para encontrar aproximações para todas as soluções da equação abaixo. Use $\epsilon = 10^{-5}$.

$$3x^2 - e^x = 0.$$

Exercício 6. (Cristina, Ex. 3)

Use o método da Secante para aproximar, com precisão 10^{-4} , o ponto sobre a curva $y = 1/x$ que está mais próximo de (2, 1).

Exercício 7. (Cristina, Ex. 4)

Descreva um algoritmo para cálculo de raiz cúbica de um número x, usando o Método de Newton.

Exercício 8. (Cristina, Ex. 5)

A função $f(x) = (4x - 7)/(x - 2)$ se anula em $x = 7/4$. Calcule as iterações do Método de Newton partindo das aproximações iniciais:

(a) $x_0 = 1.625$	(b) $x_0 = 1.875$	(c) $x_0 = 1.5$
(d) $x_0 = 1.95$	(e) $x_0 = 3$	(f) $x_0 = 7$

Explique graficamente seus resultados.

Exercício 9. (Cristina, Ex. 6)

Ainda com $f(x)$ definida no exercício anterior, verifique que $f(1.8)f(3) < 0$. É possível usar o método da bisseção para localizar raízes neste intervalo? Explique.

Exercício 10. (Cristina, Ex. 7)

Encontre as soluções dos sistemas abaixo usando o método de Newton com parada quando:

$$\max_{1\le i\le n} |x_i^{(k)} - x_i^{(k-1)}| < 10^{-4}.$$

(a)

$$\begin{cases} x_1^2 + x_2 - 37 = 0 \\ x_1 - x_2^2 - 5 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 - 3 = 0 \end{cases}$$

(b)

$$\begin{cases} x_1 + \cos(x_1x_2x_3) - 1 = 0 \\ (1 - x_1)^{\frac{1}{4}} + x_2 + 0.05x_3^2 - 0.15x_3 - 1 = 0 \\ -x_1^2 - 0.1x_2^2 + 0.01x_2 + x_3 - 1 = 0 \end{cases}$$

(c)

$$\begin{cases} x_1^2 + 2x_2^2 - x_2 - 2x_3 = 0 \\ x_1^2 - 8x_2^2 + 10x_3 = 0 \\ \dfrac{x_1^2}{7x_2x_3} - 1 = 0 \end{cases}$$