

MS211 – Cálculo Numérico – 2º SEM/ 2014
Lista de Exercícios Nº 4

SISTEMAS NÃO LINEARES

1. Aplique o método de Newton para resolver o sistema $F(x) = 0$, onde:

$$\begin{cases} f_1(x) &= x_1^2 + x_2^2 - 1 \\ f_2(x) &= x_1 + x_2 \end{cases}$$

com $x^0 = (1, -1)^T$. Trabalhe com a precisão igual a 10^{-2} . Faça o gráfico das funções e marque os pontos x^k obtidos.

2. Sejam

$$\begin{cases} f_1(x) &= x_1^3 - 3x_1x_2^2 + 1 \\ f_2(x) &= 3x_1^2x_2 - x_2^3 \end{cases}$$

(a) Seja $z = x_1 + ix_2$. Verifique que a equação complexa $g(x) = z^3 + 1 = 0$ é equivalente ao sistema de equações $F(x) = 0$.

(b) Sabendo que as raízes de $g(z) = 0$ são: $z_1 = -1$, $z_2 = 0.5 + i\sqrt{3}/2$ e $z_3 = 0.5 - i\sqrt{3}/2$, encontre as raízes z_2 e z_3 , pelo método de Newton, a partir de aproximações iniciais adequadas (use como precisões $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 5 * 10^{-2}$).

3. Considere o sistema $F(x) = 0$, onde

$$\begin{cases} f_1(x) &= 4x_1 + 2x_2 \\ f_2(x) &= -x_1 + 4x_2 + 2x_3 \\ f_3(x) &= -x_2 + 4x_3 \end{cases}$$

Discuta a convergência do método de Newton aplicado a este sistema. A convergência depende de x^0 ? Justifique suas respostas.

4. Se aplicarmos o método de Newton para sistemas não lineares, para resolver um sistema linear, $Ax = b$, $A : n \times n$, $x, b \in R^n$, quantas iterações ele irá fazer? Justifique.
5. Use o método de Newton para encontrar soluções para o sistema $\nabla f(x) = 0$, onde $f(x) = x_1^3/3 + x_2^2x_1 + 3$.

6. O sistema $F(x) = 0$ com

$$\begin{cases} f_1(x) &= x_1 + 3\ln|x_1| - x_2^2 \\ f_2(x) &= 2x_1^2 - x_1x_2 - 5x_1 + 1 \end{cases}$$

tem várias soluções . Leia sobre o método de Newton Modificado aplicado à resolução de sistemas não lineares. Faça “algumas” iterações dos métodos de Newton e Newton Modificado aplicados à resolução deste sistema, a partir de:

(i) $x^0 = (2, 2)^T$; (ii) x^0 à sua escolha.

Comente os resultados obtidos com os diferentes pontos iniciais e os diferentes métodos.