

6<sup>a</sup> Lista de Exercícios  
MS211 - 1<sup>o</sup> semestre 2019  
Método dos Quadrados Mínimos

1. Ajuste, aos dados da tabela abaixo, as curvas: a) uma reta e b) uma parábola através do método dos quadrados mínimos.
- |        |     |     |     |     |     |     |     |     |
|--------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $x$    | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   |
| $f(x)$ | 0.5 | 0.6 | 0.9 | 0.8 | 1.2 | 1.5 | 1.7 | 2.0 |
- Qual das duas curvas melhor se ajusta aos dados no sentido dos quadrados mínimos? Justifique.
2. Dada a tabela abaixo, faça o gráfico de dispersão dos dados e ajuste uma curva da melhor maneira possível:
- |        |      |      |   |     |     |     |     |
|--------|------|------|---|-----|-----|-----|-----|
| $x$    | 0.5  | 0.75 | 1 | 1.5 | 2.0 | 2.5 | 3.0 |
| $f(x)$ | -2.8 | -0.6 | 1 | 3.2 | 4.8 | 6.0 | 7.0 |
3. A tabela mostra as alturas e pesos de uma amostra de nove pessoas entre as idades de 25 a 29 anos:
- |             |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| altura (cm) | 183 | 173 | 168 | 188 | 158 | 163 | 193 | 163 | 178 |
| peso (kg)   | 79  | 69  | 70  | 81  | 61  | 63  | 79  | 71  | 73  |
- a) através do diagrama de dispersão dos dados observe que parece existir uma relação linear entre a altura e o peso.  
b) ajuste uma reta que descreva o comportamento do peso em função da altura.  
c) estime o peso de uma pessoa com 175 cm de altura e estime a altura de uma pessoa com 80 kg.  
d) ajuste a reta que descreve o comportamento da altura em função do peso.  
e) resolva o item (c) com esta nova função e compare os resultados obtidos.
4. Considere a tabela:
- |     |    |    |    |    |   |   |   |
|-----|----|----|----|----|---|---|---|
| $x$ | -8 | -6 | -4 | -2 | 0 | 2 | 4 |
| $y$ | 30 | 10 | 9  | 6  | 5 | 4 | 4 |
- a) ajuste a curva  $1/(a_0 + a_1x)$  a estes dados. Faça o gráfico para  $1/y$  e verifique que a curva escolhida é viável, uma vez que à função  $1/y$  se ajustaria uma reta.  
b) repita o item (a) para a curva  $ab^x$ .  
c) qual das duas curvas melhor se ajusta aos dados. Por que?
5. O número de bactérias por unidade de volume, existente em uma cultura após  $x$  horas é apresentado na tabela:
- |  |    |    |    |    |     |     |     |
|--|----|----|----|----|-----|-----|-----|
| $n^\circ$ de horas ( $x$ )                       | 0  | 1  | 2  | 3  | 4   | 5   | 6   |
| $n^\circ$ de bactérias por vol. unitário ( $y$ ) | 32 | 47 | 65 | 92 | 132 | 190 | 275 |
- a) verifique que uma curva para se ajustar ao diagrama de dispersão é do tipo exponencial.  
b) ajuste aos dados as curvas  $y \simeq ab^x$  e  $y \simeq ax^b$ . Escolha uma das curvas para representar os dados e justifique sua escolha.  
c) avalie da melhor forma o valor de  $y(x)$  para  $x = 7$ .
6. Considere :
- |     |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $x$ | 2    | 5    | 8    | 10   | 14   | 17   | 27   | 31   | 35   | 44   |
| $y$ | 94.8 | 98.7 | 81.3 | 74.9 | 68.7 | 64.0 | 49.3 | 44.0 | 39.1 | 31.6 |
- a) Ajuste estes dados à função  $x/(a + bx)$ . Qual o resíduo minimizado?
7. Aproxime a tabela abaixo por uma função do tipo  $g(x) = 1 + aexp(bx)$  usando quadrados mínimos. Discuta seus resultados.
- |     |     |     |     |      |      |
|-----|-----|-----|-----|------|------|
| $x$ | 0   | 0.5 | 1.0 | 2.5  | 3.0  |
| $y$ | 2.0 | 2.6 | 3.7 | 13.2 | 21.0 |
8. Considere a tabela :
- |     |    |    |    |    |   |   |   |
|-----|----|----|----|----|---|---|---|
| $t$ | -9 | -6 | -4 | -2 | 0 | 2 | 4 |
| $u$ | 30 | 10 | 9  | 6  | 5 | 4 | 4 |
- Por qual das funções  $x(t) = t/(at + b)$  ou  $y(t) = ab^t$  você aproximaria a função  $u(t)$ ? Justifique a sua resposta.
9. Considere a tabela:
- |     |    |    |    |   |   |
|-----|----|----|----|---|---|
| $x$ | -2 | -1 | 0  | 1 | 2 |
| $y$ | 6  | 3  | -1 | 2 | 4 |
- Deseja-se aproximar a função  $y(x)$  tabelada nos pontos distintos  $(x_i, y_i)$  para  $i = 1, \dots, m$ . Podemos fazer a regressão linear de  $y$  por  $x$  obtendo  $y = ax + b$ . Podemos também fazer a regressão linear de  $x$  por  $y$  obtendo  $x = cy + d$ . Você espera que as retas coincidam ou não? Justifique.

10. Considere a tabela

$x$	1.7	2	2.5	3
$y = f(x)$	4.3	2	1.3	0.8

- a) Ajuste a função  $\varphi(x) = ae^{bx}$  à função tabelada, através do método dos quadrados mínimos.
- b) Seja  $\varphi(x)$  um polinômio de grau  $\leq 3$  obtido através do método dos quadrados mínimos e  $p_3(x)$  o polinômio de grau  $\leq 3$  que interpola  $f(x)$  em  $x = 1.7, 2, 2.5$  e  $3$ . Qual é relação entre  $\varphi(x)$  e  $p_3(x)$ ? Justifique!
-