

Lista de Exercícios 6
MS211 - 2020/S1
Método dos Quadrados Mínimos

1. Ajuste, aos dados da tabela abaixo, as curvas: a) uma reta e b) uma parábola através do método dos quadrados mínimos.
- | | | | | | | | | |
|--------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| x | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| $f(x)$ | 0.5 | 0.6 | 0.9 | 0.8 | 1.2 | 1.5 | 1.7 | 2.0 |
- Qual das duas curvas melhor se ajusta aos dados no sentido dos quadrados mínimos? Justifique.

2. Dada a tabela abaixo, faça o gráfico de dispersão dos dados e ajuste uma curva da melhor maneira possível:
- | | | | | | | | |
|--------|------|------|---|-----|-----|-----|-----|
| x | 0.5 | 0.75 | 1 | 1.5 | 2.0 | 2.5 | 3.0 |
| $f(x)$ | -2.8 | -0.6 | 1 | 3.2 | 4.8 | 6.0 | 7.0 |

3. A tabela mostra as alturas e pesos de uma amostra de nove pessoas entre as idades de 25 a 29 anos:
- | | | | | | | | | | |
|-------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| altura (cm) | 183 | 173 | 168 | 188 | 158 | 163 | 193 | 163 | 178 |
| peso (kg) | 79 | 69 | 70 | 81 | 61 | 63 | 79 | 71 | 73 |

- a) através do diagrama de dispersão dos dados observe que parece existir uma relação linear entre a altura e o peso.
 b) ajuste uma reta que descreva o comportamento do peso em função da altura.
 c) estime o peso de uma pessoa com 175 cm de altura e estime a altura de uma pessoa com 80 kg.
 d) ajuste a reta que descreve o comportamento da altura em função do peso.
 e) resolva o item (c) com esta nova função e compare os resultados obtidos.

4. Considere a tabela:
- | | | | | | | | |
|-----|----|----|----|----|---|---|---|
| x | -8 | -6 | -4 | -2 | 0 | 2 | 4 |
| y | 30 | 10 | 9 | 6 | 5 | 4 | 4 |

- a) ajuste a curva $1/(a_0 + a_1x)$ a estes dados. Faça o gráfico para $1/y$ e verifique que a curva escolhida é viável, uma vez que à função $1/y$ se ajustaria uma reta.
 b) repita o item (a) para a curva ab^x .
 c) qual das duas curvas melhor se ajusta aos dados. Por que?

5. O número de bactérias por unidade de volume, existente em uma cultura após x horas é apresentado na tabela:

n° de horas (x)	0	1	2	3	4	5	6
n° de bactérias por vol. unitário (y)	32	47	65	92	132	190	275

- a) verifique que uma curva para se ajustar ao diagrama de dispersão é do tipo exponencial.
 b) ajuste aos dados as curvas $y \simeq ab^x$ e $y \simeq ax^b$. Escolha uma das curvas para representar os dados e justifique sua escolha.
 c) avalie da melhor forma o valor de $y(x)$ para $x = 7$.

6. Considere :
- | | | | | | | | | | | |
|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| x | 2 | 5 | 8 | 10 | 14 | 17 | 27 | 31 | 35 | 44 |
| y | 94.8 | 98.7 | 81.3 | 74.9 | 68.7 | 64.0 | 49.3 | 44.0 | 39.1 | 31.6 |

- a) Ajuste estes dados à função $x/(a + bx)$. Qual o resíduo minimizado?

7. Aproxime a tabela abaixo por uma função do tipo $g(x) = 1 + aexp(bx)$ usando quadrados mínimos. Discuta seus resultados.
- | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|------|------|
| x | 0 | 0.5 | 1.0 | 2.5 | 3.0 |
| y | 2.0 | 2.6 | 3.7 | 13.2 | 21.0 |

8. Considere a tabela :
- | | | | | | | | |
|-----|----|----|----|----|---|---|---|
| t | -9 | -6 | -4 | -2 | 0 | 2 | 4 |
| u | 30 | 10 | 9 | 6 | 5 | 4 | 4 |
- Por qual das funções $x(t) = t/(at + b)$ ou $y(t) = ab^t$ você aproximaria a função $u(t)$? Justifique a sua resposta.

9. Considere a tabela:
- | | | | | | |
|-----|----|----|----|---|---|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| y | 6 | 3 | -1 | 2 | 4 |
- Deseja-se aproximar a função $y(x)$ tabelada nos pontos distintos (x_i, y_i) para $i = 1, \dots, m$. Podemos fazer a regressão linear de y por x obtendo $y = ax + b$. Podemos também fazer a regressão linear de x por y obtendo $x = cy + d$. Você espera que as retas coincidam ou não? Justifique.

10. Considere a tabela

x	1.7	2	2.5	3
$y = f(x)$	4.3	2	1.3	0.8

- a) Ajuste a função $\varphi(x) = ae^{bx}$ à função tabelada, através do método dos quadrados mínimos.
- b) Seja $\varphi(x)$ um polinômio de grau ≤ 3 obtido através do método dos quadrados mínimos e $p_3(x)$ o polinômio de grau ≤ 3 que interpola $f(x)$ em $x = 1.7, 2, 2.5$ e 3 . Qual é relação entre $\varphi(x)$ e $p_3(x)$? Justifique!
-