

MS 211 Cálculo Numérico

Primeiro Semestre de 2013

Lista de Exercícios MS211

Tópico 7. “Interpolação”

Exercícios

1. (Ruggiero e Lopes) Dada a tabela abaixo, calcule $\exp(3.1)$ usando um polinômio de interpolação sobre três pontos e dê um limitante para o erro cometido.

x	2.4	2.6	2.8	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8
$\exp(x)$	11.02	13.46	16.44	20.08	24.53	29.96	36.59	44.70

2. (Ruggiero e Lopes) Sabendo-se que a equação $x - \exp(-x) = 0$ admite uma raiz no intervalo $(0, 1)$, determine o valor desta raiz usando interpolação quadrática.
3. (Ruggiero e Lopes) Seja a tabela:

x	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40
$f(x)$	0.12	0.16	0.19	0.22	0.25	0.27

Usando um polinômio de grau 2, trabalhe de dois modos diferentes para obter o valor estimado de x para o qual $f(x) = 0.23$. Dê uma estimativa do erro cometido em cada caso, se possível.

4. (Ruggiero e Lopes) Construa uma tabela para a função $f(x) = \cos(x)$ usando os pontos: 0.8, 0.9, 1.1, 1.2, 1.3. Obtenha um polinômio de grau 3 para estimar $\cos(1.07)$ e forneça um limitante superior para o erro.
5. (Ruggiero e Lopes) Dados as tabelas

w	0.1	0.2	0.4	0.6	0.8	0.9
$f(w)$	0.905	0.819	0.67	0.549	0.449	0.407
x	1	1.2	1.4	1.7	1.8	
$g(x)$	0.210	0.320	0.480	0.560	0.780	

calcule o valor aproximado de x , tal que $f(g(x)) = 0.6$, usando polinômios interpolantes de grau 2.

6. (Ruggiero e Lopes) Queremos construir uma tabela que contenha valores de $\cos(x)$ para pontos igualmente espaçados no intervalo $I = [1, 2]$. Qual deve ser o menor número de pontos desta tabela para se obter, a partir dela, o $\cos(x)$, usando interpolação linear com erro menor que 10^{-6} para qualquer $x \in [1, 2]$?

7. (Maria Cristina Cunha) Seja $f(x) = (4x^7)/(x^2)$ e $x_0 = 1.7$, $x_1 = 1.8$, $x_2 = 1.9$ e $x_3 = 2.1$.

(a) Aproxime $f(1.75)$ usando polinômio interpolador de $f(x)$ nos pontos x_0 , x_1 e x_2 .

(b) Aproxime $f(1.75)$ usando polinômio interpolador de $f(x)$ nos pontos x_0 , x_1 , x_2 e x_3 .

(c) Qual é o limitante para o erro nos casos (a) e (b)? Compare esse limitante com o erro no ponto $x = 1.75$.

8. (Maria Cristina Cunha) Encontre aproximações para $f(2.5)$ usando polinômios interpoladores (fórmula de Lagrange) - de graus 2, 3 e 4 - e os dados abaixo. Compare os resultados. Repita o exercício usando a forma de Newton para o polinômio interpolador.

x	2.0	2.2	2.4	2.6	2.8
$f(x)$	0.5103757	0.5207843	0.5104147	0.4813306	0.4359160

9. (Maria Cristina Cunha) Determine o espaçamento h para a elaboração de uma tabela de valores igualmente espaçados da função $f(x) = e^x$ em $[0, 1]$, de modo que a interpolação, usando polinômios de grau ≤ 2 , forneça resultados com precisão de 10^{-3} .

10. (a) Encontre o polinômio interpolador (p) da função $f(x) = e^x$ em 0, 1/2 e 1.

(b) Faça o gráfico de f e de p , no intervalo $[-1, 2]$. Você acha seguro utilizar o polinômio interpolador para prever o comportamento da função fora do intervalo $[0, 1]$ de interpolação?

(c) Aparentemente, em qual ponto do intervalo $[0, 1]$ a aproximação de f pelo polinômio interpolador foi pior?

11. Encontre o ponto de intersecção das duas funções tabeladas, utilizando interpolação quadrática.

x	0.000	0.600	1.200	1.800	2.400	3.000
$f(x)$	1.300	1.383	1.223	0.919	0.626	0.435

x	0.400	0.900	1.400	1.900	2.400	2.900
$g(x)$	0.615	0.810	1.079	1.425	1.786	1.993

12. Em quantos pontos é necessário tabelar a função cosseno para que a sua aproximação por interpolação linear tenha sempre erro inferior à 10^{-4} ?

13. Considere a função $f(x) = \cos(x)$ e a função $g(x)$ tabelada abaixo.

x	0.000	0.500	1.000	1.500	2.000	2.500	3.000
$g(x)$	-0.850	0.011	0.600	0.990	1.233	1.361	1.400

Estime o ponto \hat{x} de intersecção destas duas funções.