MS 211 – LISTA DE EXERCICIOS No. 7 – INTERPOLAÇÃO

1. Dada a tabela abaixo, calcule $e^{3.1}$ usando um polinômio de interpolação sobre três pontos e dê um limitante superior para o erro cometido.

x	2.4	2.6	2.8	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8
e^x	11.02	13.46	16.44	20.08	24.53	29.96	36.59	44.70

2. A seguinte tabela relaciona calor específico da água e temperatura:

temperatura (^{o})	20	25	30	35	40	45	50
calor espec.	0.99907	0.99852	0.99826	0.99818	0.99828	0.99849	0.99878

Resolver os itens abaixo através de um processo de interpolação quadrática:
a) o calor específico da água a 32.5^o;
b) a temperatura para a qual o calor específico é 0.99837.

3. Sabendo–se que a equação $x - \exp(-x) = 0$ admite uma raiz no intervalo $(0, 1)$, determine o valor desta raiz usando interpolação quadrática.

4. Com que grau de precisão podemos calcular $\sqrt{115}$ usando interpolação sobre os pontos $x_0 = 100, x_1 = 121, x_2 = 144$?

5. A tabela de diferenças divididas auxilia a escolha do grau do polinômio, uma vez que existe uma relação entre a diferença dividida de ordem k e a derivada de ordem k. Desta forma, construída a tabela de diferenças divididas e, se as diferenças divididas de ordem r forem praticamente constantes (ou equivalentemente, se as diferenças divididas de ordem $(r+1)$ variarem em torno de zero, podemos concluir que um polinômio de grau r será uma aproximação para a função no intervalo analisado. Considere a função $f(x) = \sqrt{x}$ tabelada nos pontos $x_j = x_{j-1} + 0.2,\ \ j = 1, 2, \ldots, 5$ com $x_0 = 2$. Verifique se a interpolação linear seria aconselhável para obter uma aproximação para $f(2.7)$.

6. Construa a tabela de diferenças divididas com os dados:

x	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5
$f(x)$	-2.78	-2.241	-1.65	-0.594	1.34	4.564

a) Escolha o grau do polinômio para obter uma aproximação para o valor de $f(1.23)$. Faça uma estimativa do erro cometido.

7. Seja a tabela:

x	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40
$f(x)$	0.12	0.16	0.19	0.22	0.25	0.27

Usando um polinômio de grau 2, trabalhe de dois modos diferentes para obter o valor estimado de x para o qual $f(x) = 0.23$. Dê uma estimativa do erro cometido em cada caso, se possível.

8. Construa uma tabela para a função $f(x) = \cos(x)$ usando os pontos: $0.8, 0.9, 1.1, 1.2, 1.3$. Obtenha um polinômio de grau 3 para estimar $\cos(1.07)$ e forneça um limitante superior para o erro.

9. Dados

w	0.1	0.2	0.4	0.6	0.8	0.9
$f(w)$	0.905	0.819	0.67	0.549	0.449	0.407

x	1	1.2	1.4	1.7	1.8
$g(x)$	0.210	0.320	0.480	0.560	0.780

Calcule o valor aproximado de x tal que $f(g(x)) = 0.6$, usando polinômios interpolantes de grau 2.

10. Seja a tabela:

x	-1	0	1	3
$f(x)$	a	b	c	d

e seja $p_n(x)$ o polinômio que interpola $f(x)$ em $-1, 0, 1$ e 3. Imponha condições sobre a, b, c, d para que se obtenha um polinômio de grau 2.

11. Considere a tabela

x	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
$f(x)$	1.0	1.2408	1.5735	2.0333	2.6965	3.7183

Usando um polinômio interpolador de grau 3 determine x tal que $f(x) = 2.3$. Justifique a escolha do processo.

12. Considere a tabela:

x	0	1.2	2.3	3.1	3.9
$f(x)$	0	1.5	5.3	9.5	10

Dê uma aproximação para a raiz da equação $f(x) = 2$ utilizando interpolação quadrática. Tente encontrar mais de uma maneira de resolver este problema.

13. Considere a função $f(x)$ tabelada nos pontos abaixo:

x	1	2	3	4	5	6	7
f(x)	0.91	1.43	1.58	1.55	1.44	1.30	1.18

a) Obtenha uma aproximação para o valor máximo de $f(x)$ usando interpolação quadrática. Justifique a escolha dos pontos.
b) Usando interpolação linear, obtenha uma aproximação para a solução da equação $f(x) - 1.15 = 0$ no intervalo $[1,\ 7]$.

14. Queremos construir uma tabela que contenha valores de $\cos(x)$ para pontos igualmente espaçados no intervalo I$= [1, 2]$. Qual deve ser o menor número de pontos desta tabela para se obter, a partir dela, o $\cos(x)$, usando interpolação linear com erro menor que 10^{-6} para qualquer $x \in [1, 2]$?