MS 211 Cálculo Numérico

Primeiro Semestre de 2013

Lista de Exercícios MS211
Tópico 8 – "Integração Numérica"

Exercício 1. (Ruggiero e Lopes, Ex. 7.1)

Calcule as integrais a seguir pela regra dos trapézios e 1/3 de Simpson, usando quatro e seis divisões de $[a, b]$. Obtenha um limitante superior para o erro cometido e compare com o valor exato, quando for possível.

(a) $\int_1^2 \exp(x)dx$

(b) $\int_1^4 \sqrt{x}dx$

(c) $\int_2^{14} \frac{1}{\sqrt{x}}dx$

Exercício 2. (Ruggiero e Lopes, Ex. 7.2)

Usando as integrais do exercício anterior com quantas divisões do intervalo, no mínimo, podemos esperar obter erros menores que 10^{-5}.

Exercício 3. (Conte & de Boor, Ex. 7.2-6)

Use a regra do trapézio para estimar o valor da integral $I = \int_0^1 x\, e^{-x^2} dx$. Obtenha um limite para o erro da regra do trapézio E^T, onde

$$E^T = -\frac{f''(\xi)(b-a)^3}{12},\ \xi \in (a, b) \qquad \text{(Eq. 7.26 do livro)},$$

e compare com o erro real.

Exercício 4. (Conte & de Boor, Ex. 7.3-1)

Para quais polinômios a regra de Simpson é exata?

Exercício 5. (Ruggiero & Lopes, Ex. 7.6)

Determinar h para que se possa avaliar $\int_0^{\pi/2} \cos(x)dx$ com erro inferior a $\varepsilon = 10^{-3}$ pela regra de Simpson.

Exercício 6.

Construa uma tabela para a função $f(x) = cos(x)$ usando os pontos: 0.8, 0.9, 1.1, 1.2, 1.3. Obtenha um polinômio de grau 3 para estimar $cos(1.07)$ e forneça um limitante superior para o erro.

Exercício 7. (Cunha, Ex. 7.1)

Use as fórmulas repetidas dos trapézios e de Simpson para aproximar as integrais abaixo, tomando como número de pontos de integração os valores indicados ao lado. Compare seus resultados, se possível, com os valores exatos. Considere a integral $I = \int_0^1 e^{-x^2} dx$:

(a) $\int_0^1 x^2 \sqrt{1+x^2} dx, n = 6$

(b) $\int_0^\pi x \sin(x) dx, n = 8$

(c) $\int_0^1 x^2 \exp(x), n = 6$

Exercício 8. (Cunha, Ex. 7.2)

Encontre um limitante (o menor que você for capaz) para o erro das aproximações obtidas no exercício anterior.

Exercício 9.

Obtenha uma aproximação para a integral abaixo com 10 casas decimais corretas (utilize seu próprio programa ou os programas do Matlab para integração numérica). $\int_{1/4\pi}^{1/7\pi} \sin(1/x) dx$

Exercício 10. (Ruggiero & Lopes, Ex 7.17)

Considere a integral $I = \int_0^1 e^{-x^2} dx$:

(a) Estime I pela regra de Simpson usando $h = 0.25$

(b) Estime I pela Quadratura Gaussiana com 2 pontos.

(c) Sabendo que o valor exato de I, usando 5 casas decimais, é 0,74682 compare as estimativas obtidas em (a) e (b)

Exercício 11.

Calcule as integrais abaixo usando Quadradura Gaussiana. Utilize 5 casas decimais.

(a) $\int_1^4 \sqrt{x} dx$, com 2 pontos

(b) $\int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx$, com 3 pontos.

Exercício 12.

Seja os valores da função f tabelados, utilizando o Método da Quadratura Gaussiana com dois pontos, integre numericamente de alguma forma a função no intervalo de 1 a 4.

x_i	1	2	3	4
$f(x_i)$	0.7	0.8	1.5	3.4

Exercício 13.

Considere a função f tabelada abaixo:

x	2.0	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0
$f(x)$	7.3069	9.8595	12.9485	16.6205	20.9224	25.9014

e o problema de se obter um valor aproximado para $I = \int_2^3 f(x)dx$. Obtenha o valor aproximado de I usando Quadratura Gaussiana.

Exercício 14. (Conte & de Boor, Ex. 7,3-2

Construa uma regra da forma

$$I(f) = \int_{-1}^{1} f(x)\, dx \approx A_0 f(-\tfrac{1}{2}) + A_1 f(0) + A_2 f(\tfrac{1}{2})$$

que é exata para qualquer polinômio de grau ≤ 2.