

MS 211 Cálculo Numérico

Proposta para o Primeiro Semestre de 2014

Lista de Exercícios MS211

Tópico 8. “Integração Numérica, Aplicações”

Exercício 1. (Steven C Chapra, 17.5)

A função

$$f(x) = 2e^{-1.5x}$$

pode ser usada para gerar a seguinte tabela de dados com diferente espaçamento

x	0	0.05	0.15	0.25	0.35	0.475	0.6
$f(x)$	2	1.8555	1.5970	1.3746	1.1831	0.9808	0.8131

Calcular a integral de $a = 0$ até $b = 0.6$ usando **a)** Integração direita. **b)** A regra trapezoidal. **c)** A regra trapezoidal e a regra de Simpson 1/3 procurando a maior aproximação possível. Para **b)** e **c)** calcular o erro relativo porcentual.

Exercício 2. (Steven C Chapra, 17.6)

Calcular a integral dupla

$$\int_{-1}^1 \int_0^2 (x^2 - 2y^2 + xy^3) dx dy$$

das seguintes maneiras:

- Analiticamente
- Usando a regra dos trapézios repetida com $n = 2$
- A regra $\frac{1}{3}$ de Simpson

Para os itens b) e c), calcular o erro relativo porcentual.

Exercício 3. (Steven C Chapra, 17.8)

Calcular a distância percorrida dos seguintes dados para a velocidade

t	1	2	3.25	4.5	6	7	8	8.5	9.3	10
$v(t)$	5	6	5.5	7	8.5	8	6	7	7	5

1. Usando a regra trapezoidal.
2. Usando a regra $\frac{3}{8}$ de Simpson e a regra trapezoidal.
3. Aproxime os dados com um polinômio cúbico por quadrados mínimos e integre o polinômio para determinar a distância.

Exercício 4. (Burden-Faires, 4.3-8)

A regra trapezoidal aplicada ao $\int_0^2 f(x)dx$ dá o valor de 4 e a regra $\frac{1}{3}$ de Simpson dá o valor de 2, qual é o valor de $f(1)$?

Exercício 5. (Burden-Faires, 4.3-9)

Qual é o grau de precisão da fórmula de quadratura

$$\int_{-1}^1 f(x)dx = f\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) + f\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$$

Exercício 6. (Steven C Chapra, 17.11)

A força do vento distribuída em um lado de um edifício é medida como

<i>Height, l, m</i>	0	30	60	90	120	150	180	210	240
<i>Force, F(l), N/m</i>	0	340	1200	1600	2700	3100	3200	3500	3800

Calcular a força total e a linha de ação causada por a distribuição da tabela. Onde A força total é dada por:

$$F = \int_0^H f(z)dz$$

e a linha de ação é dada por:

$$d = \frac{\int_0^H zf(z)dz}{F}$$

Exercício 7. (Steven C Chapra, 17.15)

Os dados na tabela representam a função $f(x, y)$ nos pontos (x_i, y_j)

$x \backslash y$	0	2	4
0	-2	-4	-8
4	-1	-3	-8
8	4	1	-6
12	10	7	4

Determinar o valor promedio da função f , donde o valor promedio da função é dada por:

$$\bar{f} = \frac{\int_{x_0}^{x_n} \int_{y_0}^{y_n} f(x, y) dx dy}{(x_n - x_0)(y_n - y_0)}$$

Exercício 8. (Steven C Chapra, 17.13)

A massa total de uma barra de densidade variavel é representado pela integral

$$m = \int_0^L \rho(x) A_c(x) dx$$

donde m é a massa, $\rho(x)$ é a densidade, $A_c(x)$ é Area da seção e x é a distância, $x \in [0, L]$, L é comprimento total da barra. Os seguintes dados foram medidos para $L = 10m$. Determine a massa em gramos para obter a melhor aproximação .

x, m	0	2	3	4	6	8	10
$\rho, g/cm^3$	4.00	3.95	3.89	3.80	3.60	3.41	3.30
A_c, cm^2	100	103	106	110	120	133	150

Exercício 9. (Steven C Chapra, 17.16)

A integração fornece uma maneira de calcular como a massa entra o sai de um reator em um determinado período de tempo

$$M = \int_{t_1}^{t_2} Qcdt,$$

em que t_1 e t_2 são os dados de tempo no inicio e no final do período de tempo.

A formula acima é muito intuitiva pela relação entre a integração e a somatória. A integral acima representa a somatória dos produtos do fluxo e da concentração da massa total sobre o intervalo inteiro entre os tempos t_1 e t_2 . Use integração para calcular a massa para a lista de dados

t, min	0	10	20	30	40	45	50
$Q, m^3/min$	4	4.8	5.2	5.0	4.6	4.3	5.0
$c, mg/m^3$	10	35	55	52	37	32	34

Exercício 10. (Burden-Faires, 4.3-18)

Deduza a formula a regra $\frac{1}{3}$ de Simpson com o termo de: erro por medio de

$$\int_{x_0}^{x_2} f(t) dt = a_0 f(x_0) + a_1 f(x_1) + a_2 f(x_2) + k f^k(\xi)$$

Obtenha a_0, a_1 e a_2 tomando como base o fato de que a regra de Simpson é exata para $f(x) = x^k$ quando $n = 1, 2, 3$. Em seguida, obtenha k aplicando a fórmula de integração para $f(x) = x^4$.