

8ª Lista de Exercícios  
MS211 - 1º semestre 2019  
Resolução numérica de equações diferenciais ordinárias

---

1. Dado o PVI:  $y' = 4 - 2x$ ;  $y(0) = 2$  considere  $h = 0.25$ .
    - a) Encontre uma aproximação para  $y(1)$  usando o método de Euler Aperfeiçoado;
    - b) Compare seus resultados com a solução exata:  $y(x) = -x^2 + 4x + 2$ . Justifique.
    - c) Podemos esperar o mesmo resultado para o método de Euler? Justifique sua resposta.
  2. Use os métodos de Euler e Euler Aperfeiçoado com  $h = 0.5$  e  $h = 0.25$  (cada método aplicado com os dois valores de  $h$ ), para encontrar uma aproximação para  $y(2)$  resolvendo o PVI:  $y' = \cos x + 1$ ,  $y(0) = -1$ .
  3. Considere o PVI:  $y' = 1 + y/x$ ;  $y(1) = 2$ 
    - a) Obtenha aproximações para  $y(2)$ , usando o Método de Euler com  $h = 0.25$ ;
    - b) repita o item (a), usando agora o Método de Euler Aperfeiçoado.
  4. a) Escreva a fórmula de iteração para o método de Taylor de 2a. ordem aplicado ao PVI:  $y' + y = x$ ,  $y(0) = 0$  considerando  $h = 0.1$ ;  
b) Verifique que  $y(x) = \exp(-x) + x - 1$  é solução do PVI.
  5. Considere o PVI:  $y' = y$ ,  $y(0) = 1$ 
    - a) Mostre que o método de Euler Aperfeiçoado, quando aplicado a esta equação fornece :  $y_{k+1} = (1 + h + h^2/2)^{k+1}$ ;
    - b) Comparando com a solução exata do problema,  $y(x) = \exp(x)$ , você esperaria que o erro tivesse sempre o mesmo sinal? Justifique!
  6. Considere o PVI:  $y' = yx^2 - y$ ;  $y(0) = 1$ 
    - a) Encontre a solução aproximada usando o método de Euler com  $h = 0.5$  e  $h = 0.25$ , considerando  $x \in [0, 2]$ ;
    - b) idem, usando Euler Aperfeiçoado;
    - c) idem, usando Taylor de 2a. ordem.
    - d) sabendo que a solução analítica do problema é  $y = \exp(-x + x^3/3)$ , coloque num mesmo gráfico a solução analítica e as soluções numéricas encontradas nos itens anteriores. Compare seus resultados.
  7. O método das diferenças finitas descrito neste exemplo é outra maneira de aproximarmos soluções de problemas de valor inicial. Substitua  $y'(x)$  no PVI  $y' = (1/x)(2y + x + 1)$ ,  $y(1) = 0.5$  por  $(y(x + h) - y(x))/h$  e obtenha uma equação de diferenças para aproximar a solução da equação diferencial. Faça  $h = 0.2$  e  $h = 0.1$  e encontre, em cada caso, uma aproximação para  $y(1.6)$ . Analise os resultados comparando com a solução exata:  $y(x) = 2x^2 - x - 0.5$ .
  8. Resolva pelo Método de Diferenças Finitas, o seguinte problemas de valor de contorno (use  $h = 0.25$ ):  $y'' + 2y' + y = x$ ,  $y(0) = 2$  e  $y(1) = 0$ .
  9. Formule por diferenças finitas sistemas de equações cuja solução aproxime a solução dos seguintes problemas de contorno: a)  $y''(x) + xy'(x) + y(x) = 2x$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y(1) = 0$ . b)  $y'' = 2y + y^3 - x$ ,  $y(0) = 4$  e  $y(1) = 2$ .  
Use  $h = 0.2$
  10. Considere o PVC:  $y'' - y' \operatorname{sen}(y) - xy = 0$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y(1) = 5$ . Escreva o sistema de equações que deverá ser resolvido para obter os valores  $y_i$  no intervalo  $[0,1]$ , com espaçamento  $h = 0.2$ .
-